

Øvingssett 4: Partikkelteknologi – Innlevering (I)

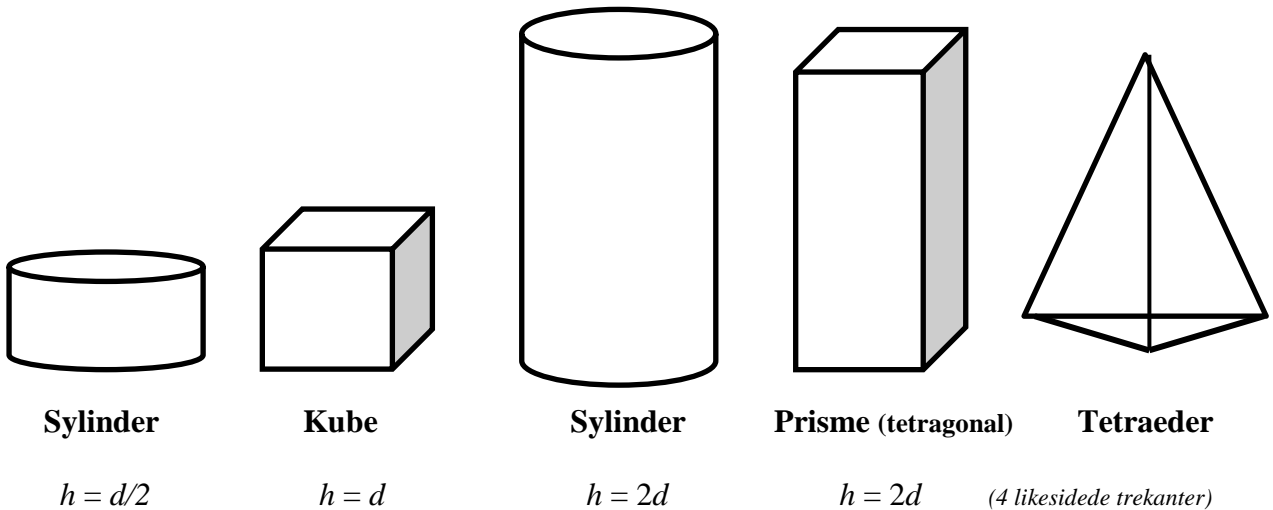
OPPG. 1

Sfærisitet

Gitt definisjonen av *sfærisitet* (Φ) av et objekt med volum V , avstandsparameter d , og overflate S :

$$\Phi = \frac{6 \times V}{d \times S}$$

For et objekt som *sylinderen* er for eksempel $d =$ diameteren i endeflaten; for en *kube* er d lengden på en side hvor alle sidene er like; og for et *prisme* er høyden h ulik sidene i grunnflaten (d), men hvor h gjerne kan uttrykkes i form av d , for eksempel $h = 2d$:



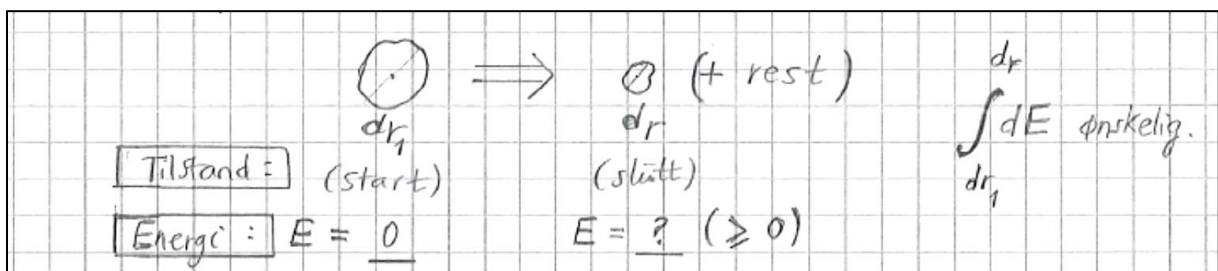
Finn uttrykk for V og S i parameteren d og beregn sfærisiteten Φ for de fem objektene ovenfor. For en perfekt sfære er $\Phi = 1.0$. Hvordan kan du kommentere resultatene dine?

Tips og hjelp: Omkrets for en sylinder er: $O = \pi \times d$. Areal: A (sirkel) = $(\pi/4) \times d^2$. En sylinder har to endeflater. For en pyramide er generelt $V = (1/3) \times A \times h$; hvor A er areal av grunnflate og h er høyden. *Tips for tetraederet:* Bruk sidekant lik d og finn uttrykk for V og S uttrykt i d . Du kan bruke trigonometriske funksjoner (sin, tan, cos).

OPPG. 2

Energiforbruk ved knusing (*pulverisering; comminution*)

I estimering av brutto energiforbruk ved knusing av materie av ulike slag (*bauxitt, sement, kull, kalkstein*) tenker vi oss en situasjon hvor en større partikkel – med diameter d_{r1} – reduseres til en mindre partikkel – med diameter d_r . Som referanse setter vi energien E lik null når partikkelen har diameter d_{r1} ($E(d_{r1}) = 0$) og ønsker å finne en verdi for $E > 0$ når pulveriseringen er gjennomført - altså når vi har oppnådd diameteren $d_r < d_{r1}$; se følgende skisse:

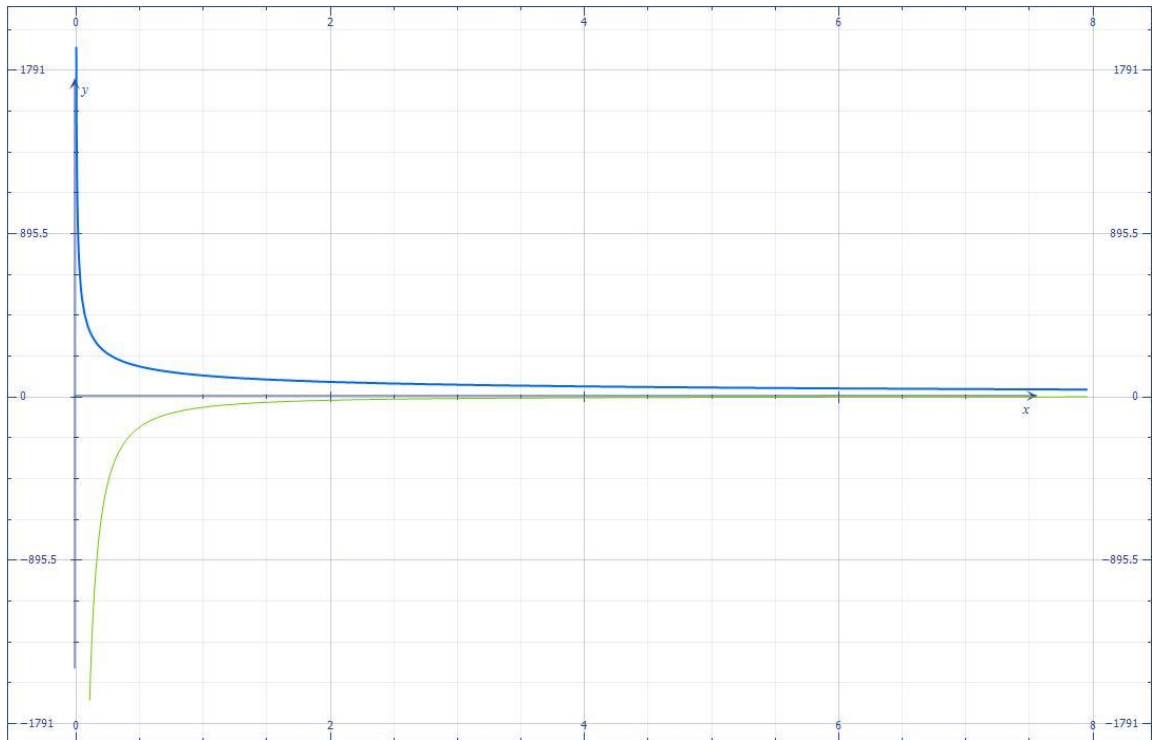


- a) Siden energien (E) skal øke med synkende diameter d_r – og dermed synke med økende d_r – er det empirisk fornuftig at den *deriverte* av E med hensyn på d_r er en negativ størrelse proporsjonal (K) med invers diameter d_r opphøyd i en gitt positiv verdi n :

$$\frac{dE}{dd_r} = -K(d_r)^{-n} \quad ; 0.05 \text{ mm} < d_r < 50 \text{ mm (Bond); } K > 0; n > 0$$

For den såkalte *Bond-energien* (1952) er $n = 3/2$. Utled ved integrasjon et energiuttrykk for Bond-energien når du husker at $\Delta E = E(d_r) - E(d_{r1}) = E(d_r) - 0 = E$.

- b) Den følgende figuren viser både integrert Bond energikurve (*blå*) og den deriverte av denne kurven (*grønn*) – som altså er proporsjonal med uttrykket for dE/dd_r ovenfor:



Figuren viser prinsipielt formen på en *Bond* energikurve $E(d_r)$ (blå kurve; $WI = 12$ kWh/tonn, $F_{80} = 500$ μm – se under for en forklaring på WI og F_{80}) samt kurven for dens deriverte dE/dd_r (grønn kurve).

Ved å ta en referanse basert på reduksjon av 1.0 tonn av *feed* materie (F_{80}) med en «uendelig» stor dimensjon til et produkt med størrelse $P_{80} = 100$ μm kan vi definere en *Bond Work Index* (WI): $K = 10 \times WI$. Vi setter $E = P_o$ og skriver opp en endelig formel for brutto spesifikk energiforbruk (energi/masse) ved knusing av materialer av ulike slag etter *Bond*-modellen (1952):

$$P_o = K \left(\frac{1}{\sqrt{d_r}} - \frac{1}{\sqrt{d_{r1}}} \right) = K \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) = 10 \times WI \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right) \quad ; \text{ [kWh/tonn]}$$

Indeksen WI – tabellverdier – har enheten [kWh/tonn], mens K har formell enhet [kWh $\times \mu\text{m}^{1/2}$ /tonn]. Vi må huske på å sette inn verdier i μm for P_{80} og F_{80} i formelen ovenfor.

Vi har for eksempel følgende utdrag fra en større tabell over **Bond WI-verdier**:

Material :	Tetthet (ρ) [g/cm^3]	WI = [kWh/tonn]
(A) Bauxite	2.20	8.78
(B) Sement (klinker)	3.15	13.45
(C) Kull (coal)	1.4	13.00
(D) Kalkstein (limestone)	2.66	12.74

dry crushing/
Wet grinding For (dry: $\times 4/3$)

Siden intervallet skulle være $0.05 \text{ mm} < d_r < 50 \text{ mm}$ betyr dette $50 \mu\text{m} < P_{80} < 50\,000 \mu\text{m}$ ($1 \text{ mm} = 1000 \mu\text{m}$).

Anta at vi setter F_{80} fast lik $10.0 \text{ mm} = 1.0 \times 10^4 \mu\text{m}$ for alle beregninger. Beregn ved hjelp av Bond WI-verdier følgende energistørrelser (P_0 ; kWh/tonn):

1. Bauxitt som pulveriseres ned til 0.25 mm (dvs. $P_{80} = 250 \mu\text{m}$).
2. Sement (klinker) som pulveriseres ned til 1.0 mm .
3. Kull som pulveriseres ned til grensen på 0.05 mm .
4. Kalkstein som pulveriseres ned til grensen på 0.05 mm .

c) Hvis $1.0 \text{ Wh} = 1.0 \text{ J/s} \times 1.0 \text{ h} \times 3600 \text{ s/h} = 3600 \text{ J} = 3.6 \text{ kJ}$, hva blir alle energiverdiene P_0 fra punkt b) uttrykt i enheten MJ/tonn? ($1 \text{ MJ} = 10^6 \text{ J}$).

d) Hva kan du si om signifikansen (den matematiske betydningen) til WI-verdien i tabellen når to ulike materialer reduseres mellom *samme* F_{80} og P_{80} ? (Se for eksempel pkt. b) 3. og 4. for data).

OPPG. 3

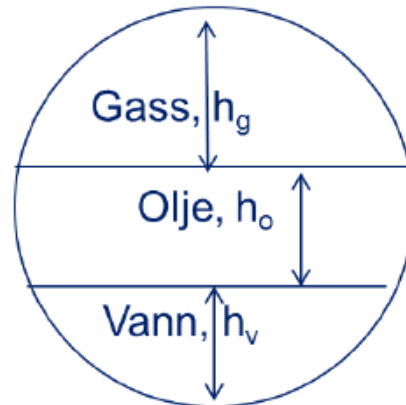
Sedimentering og dimensjonsløse tall (*separatorberegning*) – Reynolds og Galileo

Numerisk lab i Excel 2013 og instruksjonsvideo tilgjengelig

Med denne oppgaven følger en «numerisk lab» i form av en MS Excel 2013-fil laget av faglærer: [Excel 2013 NumLab Regneark \(Modul 3\)](#).

En 40 min. **instruksjonsvideo** er laget for å vise hvordan du kan jobbe og forstå materialet i denne Excel-filen: [NumLab Excel Instruksjonsvideo](#).

Petroleum prosessering på produksjonsfeltet handler i stor grad om separering av gass, olje, vann og kondensat. Gass og vann separeres fra olje i *tyngdekraftseparatorer* over flere trinn, og gassen blir komprimert for videre prosessering. Under komprimering kondenseres en del fraksjoner og disse må separeres før videre prosessering. Situasjonen vil kunne beskrives som følgende figur viser (se også leksjonsmaterialet som følger denne øvingen på it's Learning – Modul 3):



I denne oppgaven skal vi studere – i detalj – hvilke data vi kan fremskaffe hvis vi bruker formler og dimensjonsløse størrelser som i sammenheng beskriver en *partikkels* (indeks p) oppdrift eller senkning gjennom et *annet* medium – kalt hovedfasen eller den *kontinuerlige fase* (indeks v). Vi har tre ulike faser og tre ulike partikkeltyper å jobbe med (gass, olje og vann) – og følgende tabell viser standarddata for hvert medium vi kan bruke i denne øvingen:

Tabell 1: Typiske egenskaper for gass, olje og vann ved to ulike trykk (12 og 18 bar; 1 bar = 10⁵ Pa)

	Gass		Olje		Vann	
	12 bar	18 bar	12 bar	18 bar	12 bar	18 bar
Tetthet, kg/m ³ $\rho =$	10,442	15,281	702,76	696,3	982,5	982,6
Viskositet, mPa.s $\mu =$	0,01147	0,01162	0,6766	0,6516	0,4290	0,4297

Av Tabell 1 ser vi at tetthet (ρ ; kg/m³) og viskositet (μ ; mPa × s) er oppgitt for to ulike trykk (12 og 18 bar) for hvert medium. Siden hvert medium – gass, olje, vann – kan både være en *partikkel* - en dråpe eller boble - og den *kontinuerlige fasen* (hovedfasen) får vi ulike situasjoner i en tenkt separator avhengig av *hva* vi velger som partikkel (p) og *hva* vi velger som hovedfase (v) denne partikkelen befinner seg i. Vi står fritt til å lage alle kombinasjoner.

Formler og størrelser

Tabell 2: En oversikt over størrelser, enheter og en kortfattet beskrivelse av hver

	Tetthet <i>partikkel</i>	Diameter <i>partikkel</i>	Fallhastighet <i>partikkel</i>	Tetthet <i>hovedfase</i>	Viskositet <i>hovedfase</i>	Drag koef.	Re-tallet <i>(Reynolds)</i>	Ga-tallet <i>(Galileo)</i>
Symbol	ρ_p	d_p	v_p	ρ_v	μ_v	C_D	Re	Ga
Enhet	kg/m ³	m	m/s	kg/m ³	Pa × s	-	-	-
Opptreter i	Ga-tallet. v_p, d_p .	Formel. Ga-tallet. Re-tallet. v_p .	Formel. Re-tallet. d_p .	Ga-tallet. Re-tallet. v_p, d_p .	Ga-tallet. Re-tallet.	v_p, d_p . Re- korrel.	Definisjon. C_D . Ga-tallet korrelasjon	Definisjon. Re-tallet korrelasjon
Likn.	2,5,6	1,2,5,6	1,5,6	1,2,5,6	1,2	4,5,6	1,3,4	2,3

I tillegg opptre standard gravitasjonsakselerasjon $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ i Ga-tallet, v_p og d_p (likn. (2), (5), (6)).

Re-tallet har definisjon:

$$\text{Re} = \frac{v_p \times \rho_v \times d_p}{\mu_v} \quad (1)$$

Ga-tallet har definisjon:

$$\text{Ga} = \frac{d_p^3 \times \rho_v \times (\rho_p - \rho_v) \times g}{\mu_v^2} \quad (2)$$

Ga-tallet har gjeldende korrelasjon til Re-tallet ved:

$$\text{Ga} = 18 \times \text{Re} + 2.7 \times \text{Re}^{1.687} \quad (3)$$

Note: Det er enkelt å finne ut hva slags Ga-tall en får hvis en har et Re-tall fra likn. (3). Men det er ikke mulig og analytisk løse likningen for Re. Hvis en ønsker Re-tallet fra et kjent Ga-tall må en bruke *iterasjon* (numerisk løsning) til konvergens. Dette er det mulig å gjøre i Excel 2013-regnearket som det er linket til i starten av oppgaven. En kan også gjøre dette manuelt med blyant, kalkulator og papir – men dette er svært tidkrevende.

Drag-koeffisienten C_D har gjeldende korrelasjon til Re ved:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} \times (1 + 0.15 \times \text{Re}^{0.687}) \quad (4)$$

Fallhastigheten v_p er i gjeldende Re-intervall (*intermediært*):

$$v_p = \sqrt{\frac{4}{3} \times \frac{d_p \times (\rho_p - \rho_v) \times g}{C_D \times \rho_v}} \quad (5)$$

Partikkeldiameteren d_p er i gjeldende Re-intervall (*intermediært*):

$$d_p = \frac{3}{4} \times \frac{C_D \times \rho_v \times v_p^2}{(\rho_p - \rho_v) \times g} \quad (6)$$

Strategien er å velge fire kombinasjoner av partikkeltype (p) og hovedfase (v) – se Tabell 3 – og så finne et første estimat for Re-tallet i likn. (1) ved å enten sette partikkeldiameteren eller fallhastigheten fast, for deretter å *gjette på* en første verdi for parameteren som *ikke* ble fastsatt. Vi velger i Tabell 3 å sette fast partikkeldiameteren d_p på verdien 1.155×10^{-4} m (115.5 μm). Da kan vi ved numerisk iterasjon finne størrelsene C_D , v_p , **Re-tallet og **Ga-tallet**.**

Oppgaven for «numerisk lab» i MS Excel 2013: Fyll inn korrekte verdier i Tabell 3

Tabell 3: Tabell som skal fylles ut ved bruk av numerisk arbeid (Excel 2013 regneark)

	Partikkelen (p)			Hovedfasen (v)		Drag koeff.	Re-tallet (<i>Reynolds</i>)	Ga-tallet (<i>Galileo</i>)
	Tetthet	Diameter	Fall-hastighet	Tetthet	Viskositet			
Symbol/ Enhet	ρ_p kg/m^3	d_p m	v_p m/s	ρ_v kg/m^3	μ_v $Pa \times s$	C_D -	Re -	Ga -
Situasjon:								
Olje (p) i vann (v)	$P = 1.0^*$	715.6	1.155×10^{-4}	1000.0	1.01×10^{-3}			
	12		1.155×10^{-4}					
Vann (p) i olje (v)	12		1.155×10^{-4}					
	18		1.155×10^{-4}					
Gass (p) i olje (v)	12		1.155×10^{-4}					
	18		1.155×10^{-4}					
Olje (p) i gass (v)	12		1.155×10^{-4}					
	18 <i>bar</i>		1.155×10^{-4}					
Likn.	2,5,6	1,2,5,6	1,5,6	1,2,5,6	1,2	4,5,6	1,3,4	2,3

I tillegg opptrer standard gravitasjonsakselerasjon $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$ i Ga-tallet, v_p og d_p (likn. (2), (5), (6)). *1.0 bar referanse.

Hvordan starter jeg utfyllingen? Legg merke til at diameteren d_p er satt *fast* for alle 4 kombinasjoner (2 trykktilstander for hver kombinasjon) samt at noen eksempeldata er satt opp i linjen for 1.0 bar (kun for olje i vann-kombinasjonen). Bruk data fra Tabell 1 for å fylle inn verdier på riktig sted – pass på at partikkelverdier (p) og hovedfaseverdier (v) blir riktig plassert (merk $mPa \times s$ i Tabell 1 for μ -verdier). Bruk deretter MS Excel 2013-regnearket linket til i starten av øvingen for å numerisk *iterere* og finne alle de andre verdiene som Tabell 3 mangler. Spør faglærer hvis du ikke kommer noen vei eller har problemer med å åpne eller bruke det utleverte regnearket («numerisk lab»).