

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for ingeniørutdanning og maritim høgskoleutdanning

Universitetet i Stavanger, Universitetet i Tromsø, Høgskolen i Buskerud og Vestfold,
Høgskulen i Sogn og Fjordane, Høgskolen i Sør-Trøndelag, Høgskolen i Telemark,
Høgskolen i Østfold, Høgskolen i Ålesund, Sjøkrigsskolen, Rogaland kurs- og kompetansesenter

Eksamensoppgave

27. mai 2015

MATEMATIKK

Bokmål

Eksamenstid:

5 timer

Hjelpemidler:

Godkjent tabell og kalkulator.

Andre opplysninger:

Dette oppgavesettet inneholder seks oppgaver med deloppgaver.

Du skal svare på alle oppgavene og deloppgavene.

Oppgavesettet har fire tekstsider medregnet forsiden.

Oppgave 1

a) Forenkle uttrykket så mye som mulig:

$$\left(\frac{a^2}{b}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{a\sqrt{a}}{b^3}\right)^2$$

b) Løs likningen ved regning:

$$4 \sin x - \sqrt{6} = \sqrt{2} \quad \text{der } x \in [0^\circ, 360^\circ >$$

c) Løs likningen ved regning:

$$3 (\ln x)^2 - \ln x^5 - 2 = 0$$

d) Løs likningen ved regning:

$$\sqrt{x+2} - 2x = 1$$

e) Deriver funksjonen:

$$f(x) = x^2 \cdot \cos 2x$$

f) Regn ut det ubestemte integralet til funksjonen:

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

g) Løs den doble ulikheten:

$$0 < x - 1 \leq x^2 - 7$$

h) Vi skal designe en vase med utgangspunkt i grafen til funksjonen:

$$f(x) = \frac{1}{2x}$$

Vaseformen oppnås ved å la grafen til $f(x)$ mellom $x = 1$ dm og $x = 4$ dm danne konturen til et omdreiningslegeme om x -aksen. Hvor mye vann vil vasen kunne romme når konturen gir oss de indre veggene i vasen?

i) Gitt en trekant ABC, der $AB = 4$, $AC = x$, $BC = 6 - x$ og $\angle A = 60^\circ$.

Finn AC og $\angle B$.

Oppgave 2

Gitt tre punkter $A(0, 0, 0)$, $B(3, 1, 0)$ og $C(2, 4, 0)$.

- Regn ut vektorene \overrightarrow{CA} , \overrightarrow{CB} og $\angle C$.
- A , B og C utgjør tre av hjørnene i et parallellogram. Vis at punktet $D(-1, 3, 0)$ utgjør det siste hjørnet når $ABCD$ skal være et parallellogram.
- $ABCD$ utgjør grunnflaten i en pyramide med toppunkt $T(1, 2, 5)$.
Vis og forklar hvorfor dette er en rett pyramide med kvadratisk grunnflate.
- Regn ut volumet til pyramiden $ABCDT$.
- Regn ut arealet til sideflaten ABT .
- Sideflaten ABT ligger i et plan α . Regn ut likningen for planet.

Oppgave 3

En funksjon $f(x)$ er gitt som:

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$$

- Finn definisjonsmengden og evt. nullpunkter til $f(x)$.
- Regn ut evt. asymptoter til funksjonen.
- Vis ved regning at:
$$f'(x) = \frac{-16x}{(x^2 - 4)^2}$$
- Regn ut evt. topp- og bunnpunkter for grafen til $f(x)$.
- Finn eventuelle vendepunkter til $f(x)$.

Oppgave 4

Blant 3 lokale fotballklubber skal det plukkes ut 2 medlemmer til å delta på Rosenborgs fotballakademi. Disse trekkes ut tilfeldig blant alle medlemmene i klubbene. Klubb A har 250 medlemmer, klubb B har 100 medlemmer og klubb C har 50 medlemmer.

- Hva er sannsynligheten for at begge de heldige kommer fra klubb A?
- Hva er sannsynligheten for at bare én av de to kommer fra klubb A?

Oppgave 5

Vi skal konstruere et høydebasseng som skal forsyne et område med vann. Bassenget skal utformes som en lukket, sylindrisk tank med et volum på 800 m^3 .

- Finn høyden h i cylinderen uttrykt vha. radiusen r . Anta at r og h måles i meter.
- Forklar hvorfor overflaten til cylinderen (målt i m^2) kan uttrykkes som:

$$O = 2\pi r^2 + \frac{1600}{r}$$

- Vi ønsker å bruke minst mulig materialer når sylindertanken skal utformes. Regn ut høyden h og radiusen r i dette tilfellet.

Oppgave 6

I en uendelig geometrisk rekke er $a_2 = \frac{1}{2}$ og $a_5 = \frac{1}{16}$.

- Regn ut a_1 og kvotienten k for rekken. Forklar hvorfor rekken er konvergent.
- Vi skal nå benytte de n første leddene i rekken. Vi ønsker at summen S_n av den endelige rekken og summen S av den uendelige rekken skal oppfylle betingelsen:

$$S - S_n < 0,0001$$

Hvor mange ledd må vi da ha med i den endelige rekken?