Utdanningsdirektoratet

Eksamen

25.05.2011

MAT1013 Matematikk 1T

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneduglеik og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (13 poeng)

a) Skriv på standardform

1) 36 200 000

2) $0{,}034 \cdot 10^{-2}$

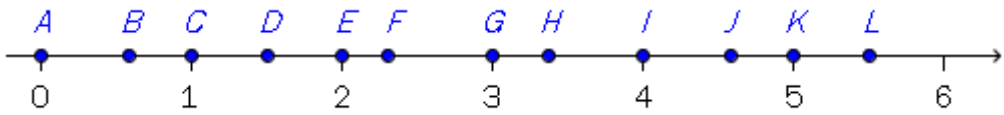
b) Løys likninga

$x^2 + 6x = 16$

c) Løys ulikskapen

$x^2 - x > 0$

d)



På tallinja ovanfor har vi merkt av 12 punkt. Kvart av tala nedanfor tilsvarer eitt av punkta $A - L$ på tallinja. Rekn ut eller forklar kvar kvart av tala skal plasserast.

1) $8^{\frac{1}{3}}$

2) $5{,}5^0$

3) $\sqrt{21}$

4) $\tan 30°$

5) $6 \cdot 2^{-1}$

6) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$

e) Løys likninga

$$\lg(2x-1)=2$$

f)

Kjelde: Utdanningsdirektoratet

Dei 20 elevane i klasse 1A planlegg sommarferien.

- 16 elevar har fått sommarjobb.
- 10 av elevane som har fått sommarjobb, skal også på ferie.
- 2 elevar har ikkje fått sommarjobb og skal heller ikkje på ferie.

1) Systematiser opplysningane i teksten ovanfor i ein krysstabell eller i eit venndiagram.

2) Finn sannsynet for at ein tilfeldig vald elev frå klasse 1A skal på ferie.

Oppgåve 2 (6 poeng)

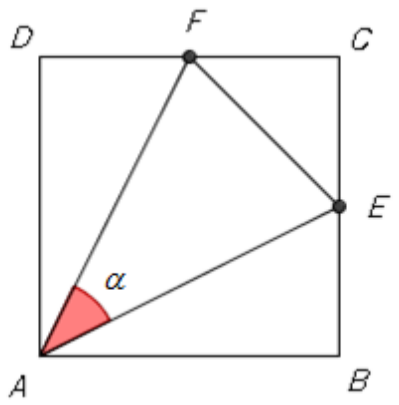
Ein funksjon f er gitt ved $f(x) = x^2 - 2$.

a) Teikn grafen til f i eit koordinatsystem for $x \in [-3, 3]$.

b) Finn ved rekning likninga for den rette linja som går gjennom punkta $(0, f(0))$ og $(2, f(2))$.

c) Finn likninga for tangenten til f i punktet der $x = 1$ ved rekning. Teikn denne tangenten i same koordinatsystem som du brukte i a).

Oppgåve 3 (5 poeng)



Figuren ovanfor viser eit kvadrat $ABCD$. Sidene i kvadratet har lengd 1.
E er midtpunkt på BC, og F er midtpunkt på CD.

a) Bruk Pytagoras' setning til å vise at AE og AF har lengd $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

b) Vis at arealet av ΔAEF er $\frac{3}{8}$.

c) Vis at $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 4 (8 poeng)

Kjelde: http://www.aadesign.no (09.12.2010)

Kor mange gram CO_2 ein bil slepper ut per kilometer er gitt ved

$$f(x) = 0{,}046x^2 - 6{,}7x + 386$$

der x er farten til bilen målt i km/h.

a) Teikn grafen til f i eit koordinatsystem for $x \in [20, 100]$.

b) Finn grafisk og ved rekning

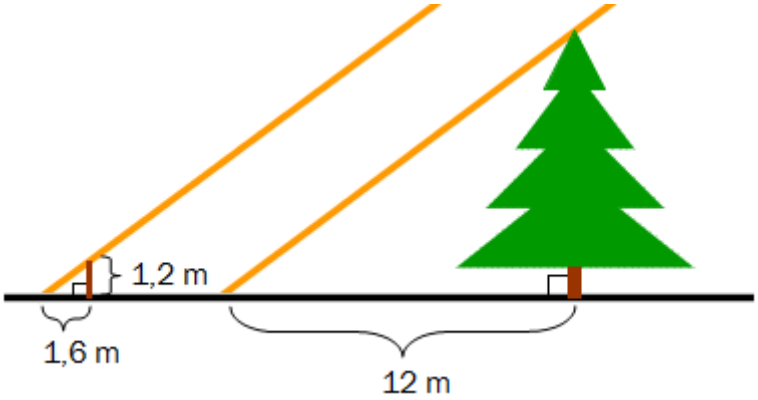
1) kor fort bilen køyrer dersom han held konstant fart og slepper ut 150 g CO_2 per kilometer.

2) kva fart som gir minst CO_2-utslepp per kilometer og kor stort CO_2-utsleppet per kilometer er da.

Bilen køyrer i 70 km/h i ein halv time.

c) Kor mykje CO_2 slepper bilen ut i løpet av denne halvtimen?

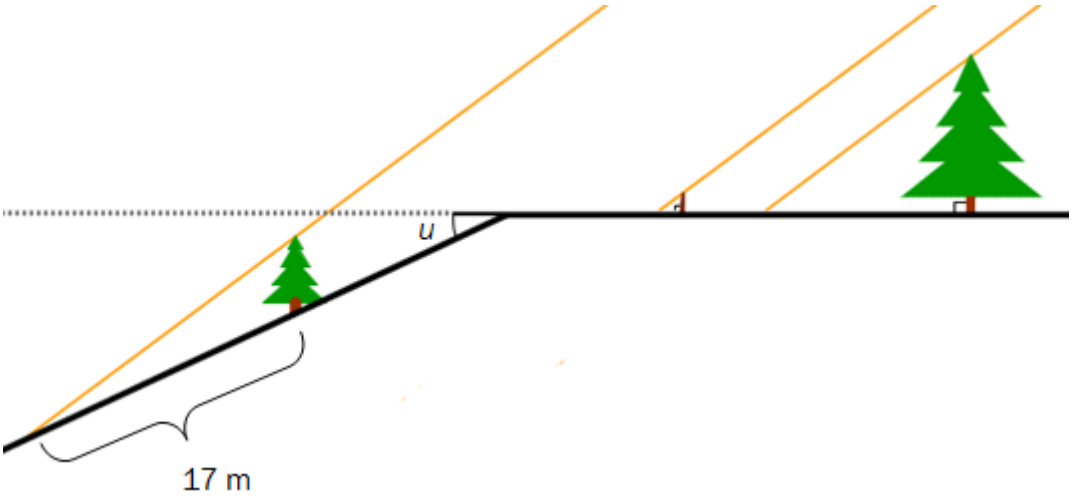
Oppgåve 5 (7 poeng)



Eit tre står på ei horisontal slette. Ved eit gitt tidspunkt kastar sola ein 12 m lang skugge bak treet. Ein pinne som er 1,2 m lang, har ved same tidspunkt ein 1,6 m lang skugge. Sjå skissa ovanfor.

a) Kor høgt er treet?

b) Vis at solstrålane ved dette tidspunktet dannar ein vinkel på $36{,}9°$ med sletta.



I enden av sletta er det ei skråning som dannar vinkelen u med horisontallinja.
I skråninga står det også eit tre. Dette treet står vinkelrett på horisontalplanet.
Sjå skissa ovanfor.

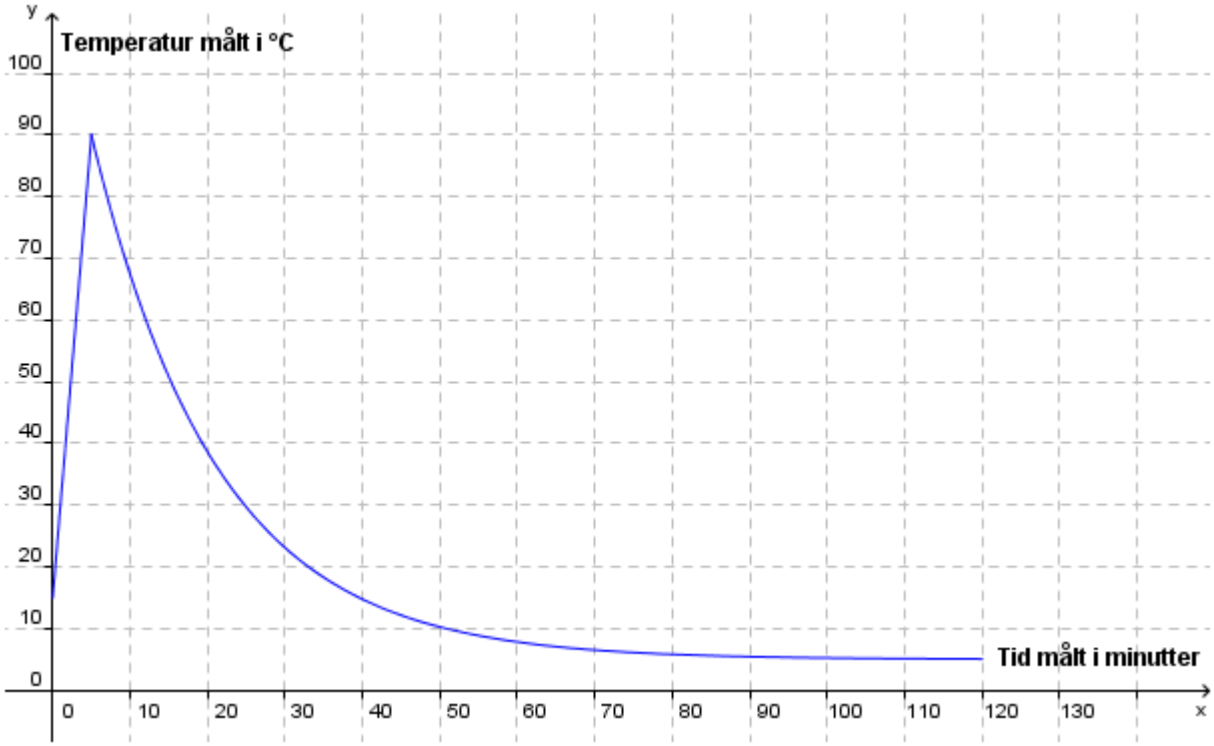
Per og Kari vil prøve å rekne ut kor høgt treet i skråninga er, ved hjelp av trigonometri.
Dei tek med seg eit metermål, ein planke og ein kalkulator.

c) Korleis kan Per og Kari gå fram for å bestemme vinkelen u?

Per og Kari reknar ut at $\angle u = 25°$. Skuggen frå treet fell 17 m nedover skråninga.
Vi går ut frå at vinkelen mellom solstrålane og horisontallinja er den same som i b).

d) Kor høgt er treet i skråninga?

Oppgåve 6 (9 poeng)



Bjørn og Jon tappar 1 L vatn frå springen. Dei varmar opp vatnet i ein glaskolbe. Etter ei stund flyttar dei glaskolben frå varmekjelda og inn i eit kjøleskap. Heile tida måler dei temperaturen i vatnet ved hjelp av ein dataloggar.

Grafen ovanfor viser temperaturen i vatnet som funksjon av tida.

a) Bruk grafen til å svare på desse spørsmåla:

1) Kva var temperaturen i vatnet da Bjørn og Jon tappa det frå springen?

2) Kor lenge varma dei vatnet i glaskolben, og kva var temperaturen i vatnet da dei sette det inn i kjøleskapet?

b) Foreslå eit funksjonsuttrykk for den delen av grafen som viser oppvarming av vatnet, og bruk dette funksjonsuttrykket til å finne ut kor lang tid det vil ta å varme opp 1 L vatn frå springen til $100\,°\text{C}$ dersom vi bruker denne varmekjelda.

Grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = 115{,}82 \cdot 0{,}94^x + 5$, der $x \geq 5$, beskriv temperaturen i vatnet etter at det er sett inn i kjøleskapet.

c) Finn ved rekning i kva tidsrom vatnet har høgare temperatur enn $60\,°\text{C}$.

d) Kva var temperaturen i kjøleskapet?

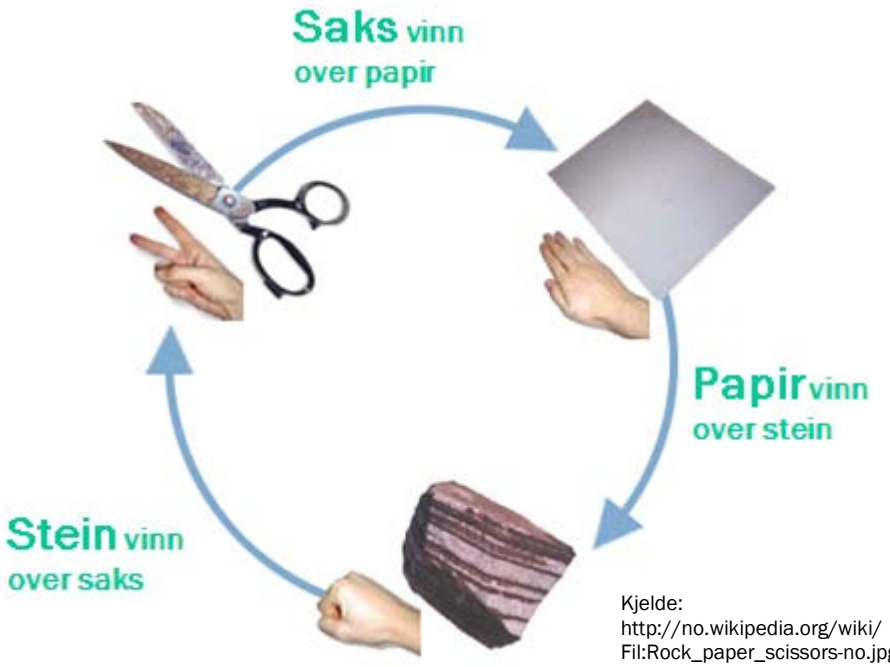
Oppgåve 7 (8 poeng)

”Stein – saks – papir” er ein konkurranse mellom to personar. Kvar person bestemmer seg for anten stein, saks eller papir, og begge viser så samtidig, ved å bruke den eine handa, kva dei har valt. Sjå figuren nedanfor.

Reglane er slik:

- Saks vinn over papir.
- Papir vinn over stein.
- Stein vinn over saks.

Dersom begge vel det same (for eksempel stein), blir det uavgjort.



Kjelde: http://no.wikipedia.org/wiki/Fil:Rock_paper_scissors-no.jpg (03.07.2010)

Bård og Lars skal spele ”Stein – saks – papir”. Eitt mogleg utfall kan da for eksempel bli at Bård vel stein og Lars vel papir.

a) Lag ei oversikt som viser alle dei ni moglege utfalla når Bård og Lars spelar ”Stein – saks – papir” éin gong.

La B bety siger til Bård, U uavgjort og L siger til Lars.

b) Forklar at sannsynet for at Bård vinn, $P(B)$, er $\frac{1}{3}$.

Bård og Lars skal spele ”Stein – saks – papir” tre gonger. Eit mogleg resultat er da BUL, som betyr at Bård vinn første gongen, at det blir uavgjort andre gongen, og at Lars vinn tredje gongen.

c) Kor mange ulike resultat kan vi få når Bård og Lars spelar tre gonger?

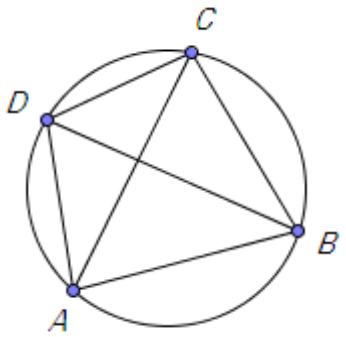
d) Kva er sannsynet for at Bård vinn minst to av dei tre gongene?

Når to personar spelar ”Stein – saks – papir”, er vinnaren den som vinn flest av tre gonger. Dersom begge vinn like mange gonger, blir det uavgjort.

e) Kva er sannsynet for at Bård vinn?

Oppgåve 8 (4 poeng)

La A, B, C og D vere fire punkt på ein sirkel.
Sjå figuren nedanfor.



Ptolemaios
(ca. år 100 e.Kr.)
var både
matematikar og
astronom.

Kjelde: http://no.wikipedia.org/wiki/Klaudios_Ptolemaios
(16.09.2010)

Ptolemaios fann ut at

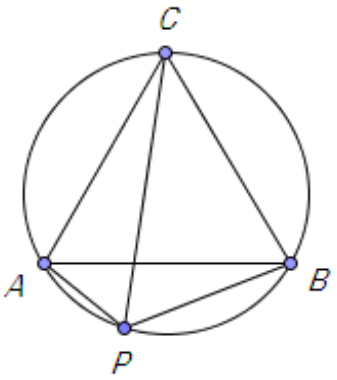
$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$$

Denne samanhengen kallar vi Ptolemaios' setning.

I denne oppgåva skal du bruke Ptolemaios' setning i to tilfelle.

a) Teikn figuren ovanfor i det tilfellet der firkanten $ABCD$ er eit rektangel.
La sidekantane ha lengd a og b, og la diagonalane ha lengd c. Skriv ned Ptolemaios' setning for dette tilfellet. Du har no komme fram til ei anna og meir berømt setning. Kva for ei?

La no A, B og C vere hjørne i ein likesida trekant som er innskriven i ein sirkel, og la P vere eit punkt på sirkelbogen mellom A og B som vist på figuren nedanfor.



b) Skriv ned Ptolemaios' setning for dette tilfellet, og vis at $PC = PA + PB$.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (13 poeng)

a) Skriv på standardform

1) 36 200 000

2) $0{,}034 \cdot 10^{-2}$

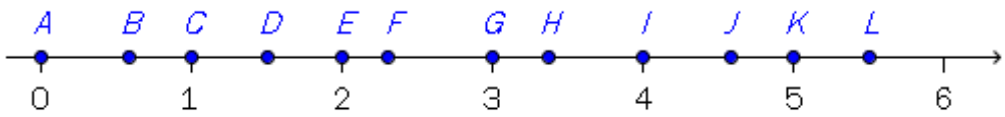
b) Løs likningen

$x^2 + 6x = 16$

c) Løs ulikheten

$x^2 - x > 0$

d)



På tallinjen ovenfor har vi merket av 12 punkter. Hvert av tallene nedenfor tilsvarer ett av punktene $A - L$ på tallinjen. Regn ut eller forklar hvor hvert av tallene skal plasseres.

1) $8^{\frac{1}{3}}$

2) $5{,}5^0$

3) $\sqrt{21}$

4) $\tan 30°$

5) $6 \cdot 2^{-1}$

6) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$

e) Løs likningen

$$\lg(2x-1)=2$$

f)

Kilde: Utdanningsdirektoratet

De 20 elevene i klasse 1A planlegger sommerferien.

- 16 elever har fått sommerjobb.
- 10 av elevene som har fått sommerjobb, skal også på ferie.
- 2 elever har ikke fått sommerjobb og skal heller ikke på ferie.

1) Systematiser opplysningene i teksten ovenfor i en krysstabell eller i et venndiagram.

2) Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev fra klasse 1A skal på ferie.

Oppgave 2 (6 poeng)

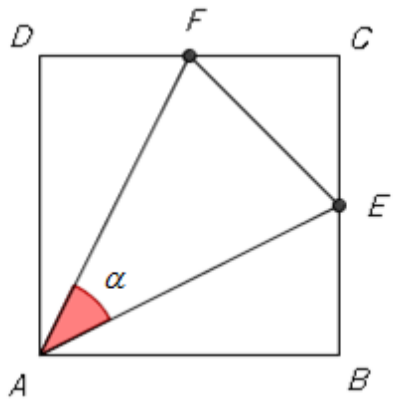
En funksjon f er gitt ved $f(x) = x^2 - 2$.

a) Tegn grafen til f i et koordinatsystem for $x \in [-3, 3]$.

b) Finn ved regning likningen for den rette linjen som går gjennom punktene $(0, f(0))$ og $(2, f(2))$.

c) Finn likningen for tangenten til f i punktet der $x = 1$ ved regning. Tegn denne tangenten i samme koordinatsystem som du brukte i a).

Oppgave 3 (5 poeng)



Figuren ovenfor viser et kvadrat $ABCD$. Sidene i kvadratet har lengde 1.
E er midtpunkt på BC, og F er midtpunkt på CD.

a) Bruk Pytagoras' setning til å vise at AE og AF har lengde $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

b) Vis at arealet av ΔAEF er $\frac{3}{8}$.

c) Vis at $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 4 (8 poeng)

Kilde: http://www.aadesign.no (09.12.2010)

Antall gram CO_2 en bil slipper ut per kilometer er gitt ved

$$f(x) = 0{,}046x^2 - 6{,}7x + 386$$

der x er farten til bilen målt i km/h.

a) Tegn grafen til f i et koordinatsystem for $x \in [20, 100]$.

b) Finn grafisk og ved regning

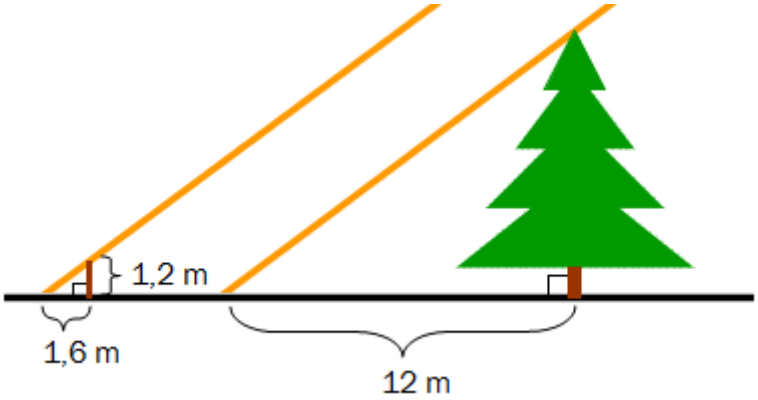
1) hvor fort bilen kjører dersom den holder konstant fart og slipper ut 150 g CO_2 per kilometer.

2) hvilken fart som gir minst CO_2-utslipp per kilometer og hvor stort CO_2-utslippet per kilometer er da.

Bilen kjører i 70 km/h i en halv time.

c) Hvor mye CO_2 slipper bilen ut i løpet av denne halvtimen?

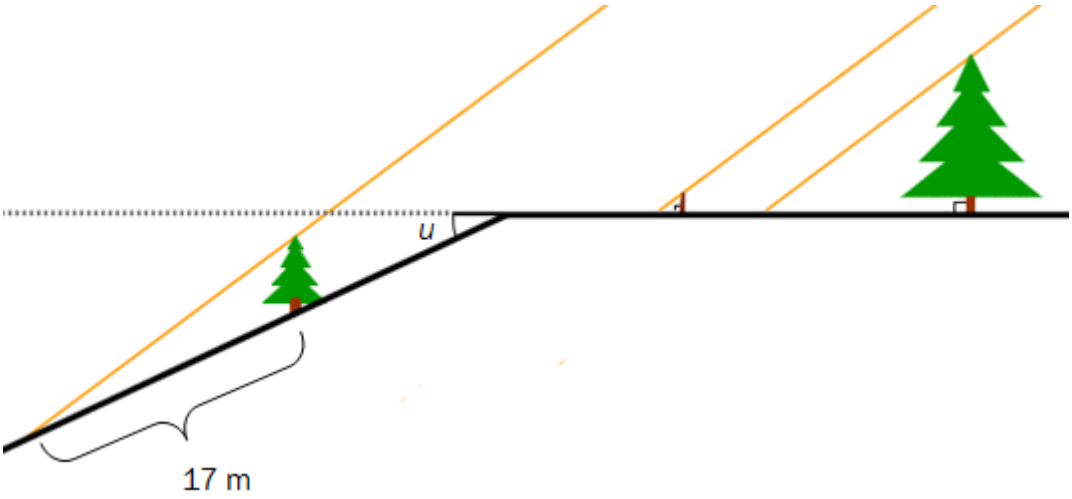
Oppgave 5 (7 poeng)



Et tre står på en horisontal slette. Ved et gitt tidspunkt kaster solen en 12 m lang skygge bak treet. En pinne som er 1,2 m lang, har ved samme tidspunkt en 1,6 m lang skygge. Se skissen ovenfor.

a) Hvor høyt er treet?

b) Vis at solstrålene ved dette tidspunktet danner en vinkel på $36{,}9°$ med sletten.



I enden av sletten er det en skråning som danner vinkelen u med horisontallinjen.
I skråningen står det også et tre. Dette treet står vinkelrett på horisontalplanet.
Se skissen ovenfor.

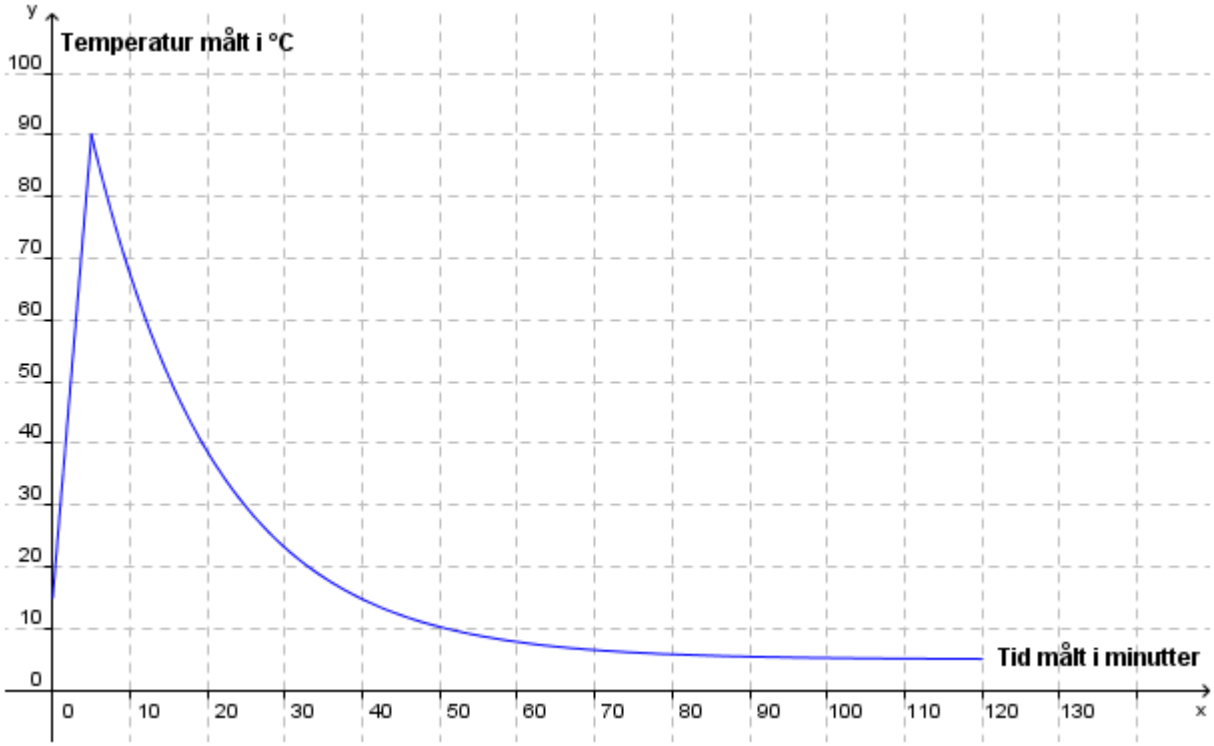
Per og Kari vil prøve å regne ut hvor høyt treet i skråningen er, ved hjelp av trigonometri.
De tar med seg et metermål, en planke og en kalkulator.

c) Hvordan kan Per og Kari gå fram for å bestemme vinkelen u?

Per og Kari regner ut at $\angle u = 25°$. Skyggen fra treet faller 17 m nedover skråningen.
Vi antar at vinkelen mellom solstrålene og horisontallinjen er den samme som i b).

d) Hvor høyt er treet i skråningen?

Oppgave 6 (9 poeng)



Bjørn og Jon tapper 1 L vann fra springen. De varmer opp vannet i en glasskolbe. Etter en stund flytter de glasskolben fra varmekilden og inn i et kjøleskap. Hele tiden måler de temperaturen i vannet ved hjelp av en datalogger.

Grafen ovenfor viser temperaturen i vannet som funksjon av tiden.

a) Bruk grafen til å svare på følgende spørsmål:

1) Hva var temperaturen i vannet da Bjørn og Jon tappet det fra springen?

2) Hvor lenge varmet de vannet i glasskolben, og hva var temperaturen i vannet da de satte det inn i kjøleskapet?

b) Foreslå et funksjonsuttrykk for den delen av grafen som viser oppvarming av vannet, og bruk dette funksjonsuttrykket til å finne ut hvor lang tid det vil ta å varme opp 1 L vann fra springen til $100\,°\text{C}$ dersom vi bruker denne varmekilden.

Grafen til funksjonen f gitt ved $f(x) = 115{,}82 \cdot 0{,}94^x + 5$, der $x \geq 5$, beskriver temperaturen i vannet etter at det er satt inn i kjøleskapet.

c) Finn ved regning i hvilket tidsrom vannet har høyere temperatur enn $60\,°\text{C}$.

d) Hva var temperaturen i kjøleskapet?

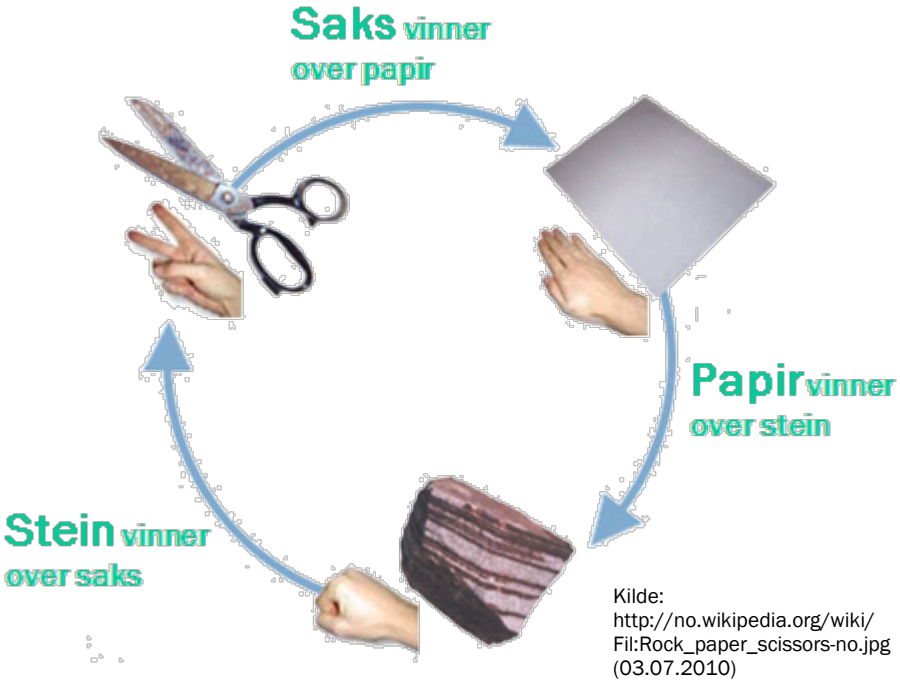
Oppgave 7 (8 poeng)

”Stein – saks – papir” er en konkurranse mellom to personer. Hver person bestemmer seg for enten stein, saks eller papir, og begge viser så samtidig, ved å bruke den ene hånden, hva de har valgt. Se figuren nedenfor.

Reglene er slik:

- Saks vinner over papir.
- Papir vinner over stein.
- Stein vinner over saks.

Dersom begge velger det samme (for eksempel stein), blir det uavgjort.



Kilde: http://no.wikipedia.org/wiki/Fil:Rock_paper_scissors-no.jpg (03.07.2010)

Bård og Lars skal spille ”Stein – saks – papir”. Ett mulig utfall kan da for eksempel bli at Bård velger stein og Lars velger papir.

a) Lag en oversikt som viser alle de ni mulige utfallene når Bård og Lars spiller ”Stein – saks – papir” én gang.

La B bety seier til Bård, U uavgjort og L seier til Lars.

b) Forklar at sannsynligheten for at Bård vinner, $P(B)$, er $\frac{1}{3}$.

Bård og Lars skal spille ”Stein – saks – papir” tre ganger. Et mulig resultat er da BUL, som betyr at Bård vinner første gang, at det blir uavgjort andre gang, og at Lars vinner tredje gang.

c) Hvor mange ulike resultater kan vi få når Bård og Lars spiller tre ganger?

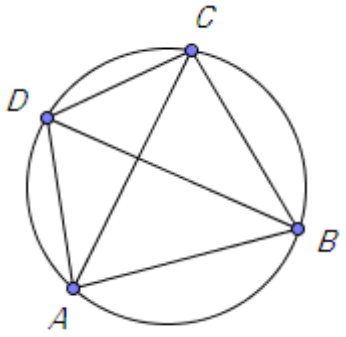
d) Hva er sannsynligheten for at Bård vinner minst to av de tre gangene?

Når to personer spiller ”Stein – saks – papir”, er vinneren den som vinner flest av tre ganger. Dersom begge vinner like mange ganger, blir det uavgjort.

e) Hva er sannsynligheten for at Bård vinner?

Oppgave 8 (4 poeng)

La A, B, C og D være fire punkter på en sirkel.
Se figuren nedenfor.



Ptolemaios
(ca. år 100 e.Kr.)
var både
matematiker og
astronom.

Kilde: http://no.wikipedia.org/wiki/Klaudios_Ptolemaios
(16.09.2010)

Ptolemaios fant ut at

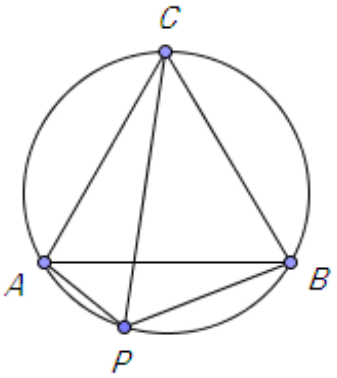
$$AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$$

Denne sammenhengen kalles Ptolemaios' setning.

I denne oppgaven skal du bruke Ptolemaios' setning i to tilfeller.

a) Tegn figuren ovenfor i det tilfellet der firkanten $ABCD$ er et rektangel.
La sidekantene ha lengde a og b, og la diagonalene ha lengde c. Skriv ned Ptolemaios' setning for dette tilfellet. Du har nå kommet fram til en annen og mer berømt setning. Hvilken?

La nå A, B og C være hjørner i en likesidet trekant som er innskrevet i en sirkel, og la P være et punkt på sirkelbuen mellom A og B som vist på figuren nedenfor.



b) Skriv ned Ptolemaios' setning for dette tilfellet og vis at $PC = PA + PB$.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet