

Eksamen

27.01.2012

MAT1013 Matematikk 1T

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarar framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (14 poeng)

- a) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{x^2 - 25}{x^2 + 10x + 25}$$

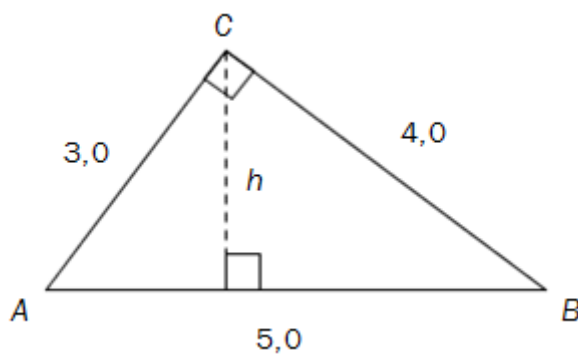
- b) Løys likninga

$$3^{2x-1} = 1$$

- c) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a}}{\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^3 \cdot a^{-2}}$$

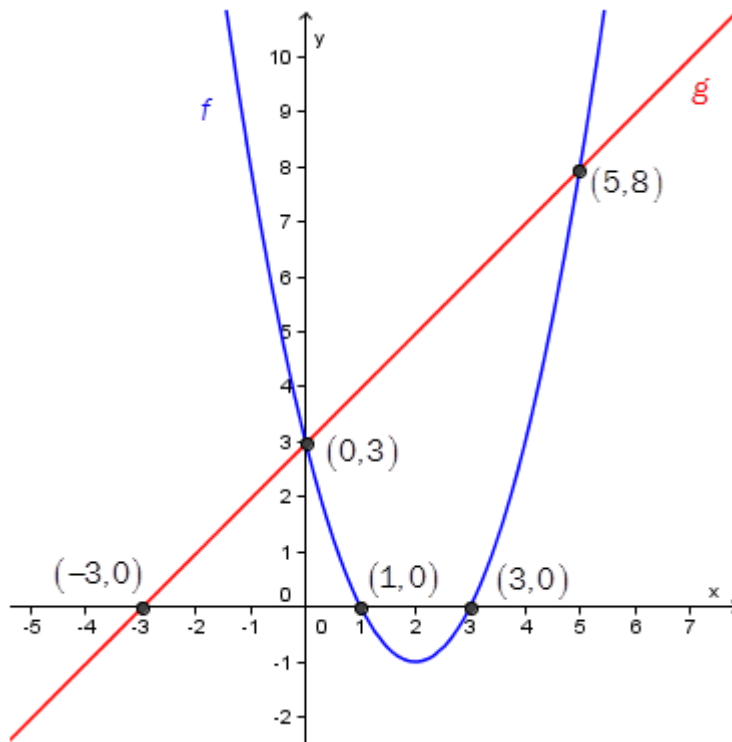
- d)



Gitt $\triangle ABC$ ovanfor. $AB = 5,0$, $AC = 3,0$ og $BC = 4,0$.

Bestem høgda h ved rekning.

e)



I koordinatsystemet ovanfor har vi teikna grafane til funksjonane f og g .

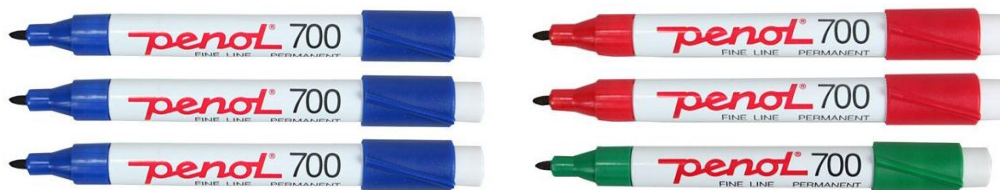
Bruk grafane til å løyse dei to ulikskapane nedanfor

- 1) $f(x) \leq 0$
- 2) $f(x) > g(x)$

f) Gitt $\triangle ABC$ der $\angle A = 90^\circ$, $AB = 3,0$ og $\tan C = 2$.

Bestem lengda av AC .

g)



Kjelde: <http://netbutikk.maske.no>
(05.12.2011)

Line har tre blå, to raude og éin grøn tusj i pennalet sitt.

Ho trekkjer tilfeldig to tusjar.

- 1) Bestem sannsynet for at ho ikkje trekkjer den grønne tusjen.
- 2) Bestem sannsynet for at ho trekkjer éin blå og éin raud tusj.

h) Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 1$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 2x$

Oppgåve 2 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 2x - 2$$

- a) Vis ved rekning at grafen til f ikkje har nullpunkt.
- b) Bruk $f'(x)$ til å finne ekstremalpunktet på grafen til f .
Teikn grafen til f .
- c) Grafen til f har ein tangent i punktet $(2, -2)$.
Bestem likninga for denne tangenten ved rekning.

Oppgave 3 (4 poeng)

Ein tilnærma regel for å gjere om frå grader celsius (C) til grader fahrenheit (F) er

$$F = 2C + 30$$

Den nøyaktige regelen for å gjere om frå grader celsius (C) til grader fahrenheit (F) er

$$5F = 9C + 160$$

- a) Gjer om 100°C til grader fahrenheit ved å bruke den tilnærma regelen og ved å bruke den nøyaktige regelen. Kor stor er differansen mellom svara du får?
- b) Løys likningssystemet

$$\begin{cases} F = 2C + 30 \\ 5F = 9C + 160 \end{cases}$$

Kva fortel løysinga om den tilnærma regelen?

DEL 2 Med hjelpemiddel

Oppgåve 4 (8 poeng)

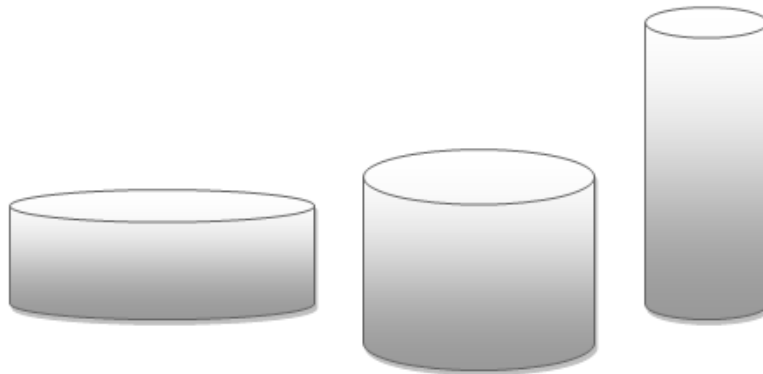
I ein trekant er lengda av sidene 4,0 cm, 5,0 cm og 6,0 cm.

- a) Vis ved rekning at denne trekanten ikkje er rettvinkla.
- b) Bestem arealet av trekanten ved rekning.

Ei av sidene i ein trekant skal ha lengd 7,0 cm. Ei anna side skal ha lengd 11,0 cm.

- c) Bestem det største arealet denne trekanten kan ha.
- d) Gjer berekningar og vis korleis trekanten kan sjå ut dersom arealet er 30 cm^2 .

Oppgåve 5 (4 poeng)



Siv skal lage ein rett sylinder. Høgda h og diameteren d kan variere, men $d + h = 6$. Vi set radius i sylindern lik x .

- a) Vis at volumet V av sylindern da kan skrivast som

$$V(x) = 6\pi x^2 - 2\pi x^3, \quad x \in \langle 0, 3 \rangle$$

- b) Bruk $V'(x)$ til å vise at det største volumet sylindern kan få, er nøyaktig lik 8π .

Oppgåve 6 (8 poeng)

Det går h l på ein oljetank, og det begynner å leke ut olje.

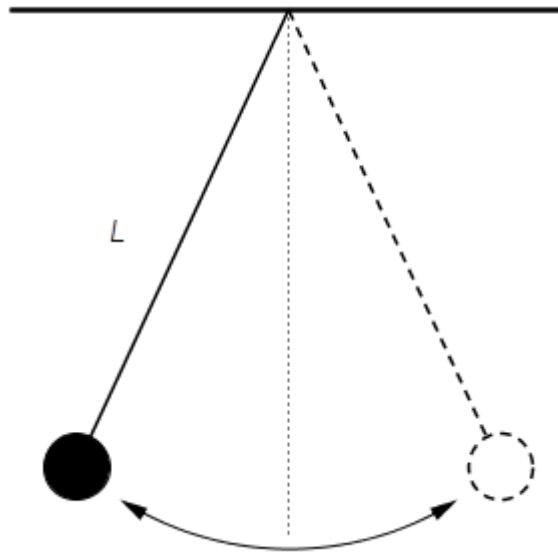
Funksjonen F gitt ved

$$F(x) = 6000 \cdot 0,864^x, \quad x \in [0, 24]$$

viser kor mange liter olje F det er igjen i tanken x timar etter at det begynte å leke ut olje.

- a) Kor mange liter olje var det i tanken f r lekkasjen?
Kor mange prosent av oljen i tanken lek ut per time?
- b) Teikn grafen til F .
- c) Kor lang tid tek det f r halvparten av oljen som var i tanken f r lekkasjen, har leke ut?
- d) Bestem ein tilnærma verdi for den momentane vekstfarten til F etter to timar.
Kva fortel dette svaret om lekkasjen?

Oppgåve 7 (6 poeng)



Ovanfor ser du ein pendel. Pendelen er ei kule som heng i ei snor med lengd L meter. Tida T sekund som det tek for pendelen å bevege seg éin gong fram og tilbake, kallar vi svingetida. Svingetida er avhengig av lengda på snora. Samanhengen er gitt ved formelen

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Her er $g \approx 9,81$.

- a) Gjer om på formelen ovanfor slik at du får ein formel for L uttrykt ved T .
- b) Bestem lengda på snora slik at svingetida blir $1,0$ s

Verdien til g varierer litt etter kvar på jordkloden du er. Ved eit forsøk der snorlengda var $10,00$ m, viste det seg at pendelen svinga fram og tilbake $1\,000$ gonger i løpet av $6\,345$ s.

- c) Bruk dette til å bestemme g på staden der forsøket blei gjort. Oppgi svaret med tre desimalar.

Oppgåve 8 (6 poeng)

I Noreg er det no ca. 5 000 000 innbyggjarar. Av desse bur ca. 300 000 i Sør-Trøndelag.

Vi vel tilfeldig éin person som bur i Noreg.

- a) Bestem sannsynet for at personen bur i Sør-Trøndelag.

Vi vel no tilfeldig 10 personar som bur i Noreg, og registrerer kor mange av dei som bur i Sør-Trøndelag.

- b) Forklar at ein kan sjå på dette som eit binomisk forsøk.
- c) Bestem sannsynet for at ingen av dei 10 bur i Sør-Trøndelag.
- d) Bestem sannsynet for at minst 3 av dei 10 bur i Sør-Trøndelag.

Oppgåve 9 (4 poeng)

La andregradsfunksjonen f vere gitt ved

$$f(x) = a \cdot (x - b)^2 + c$$

der a , b og c er reelle tal.

- a) Bestem c slik at grafen til f har nøyaktig eitt nullpunkt same kva verdier vi vel for a og b .
- b) Bestem b slik at grafen til f har eit ekstremalpunkt i $x = 3$ same kva verdier vi vel for a og c .

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (14 poeng)

- a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{x^2 - 25}{x^2 + 10x + 25}$$

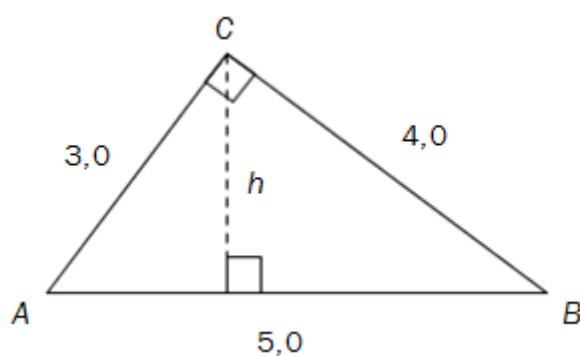
- b) Løs likningen

$$3^{2x-1} = 1$$

- c) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a}}{\left(a^{\frac{3}{4}}\right)^3 \cdot a^{-2}}$$

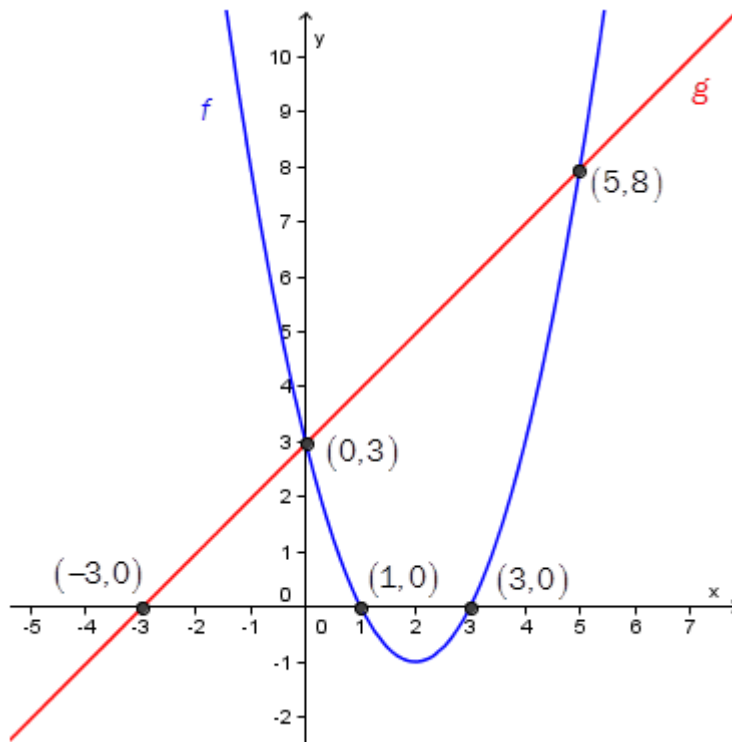
- d)



Gitt $\triangle ABC$ ovenfor. $AB = 5,0$, $AC = 3,0$ og $BC = 4,0$.

Bestem høyden h ved regning.

e)



I koordinatsystemet ovenfor har vi tegnet grafene til funksjonene f og g .

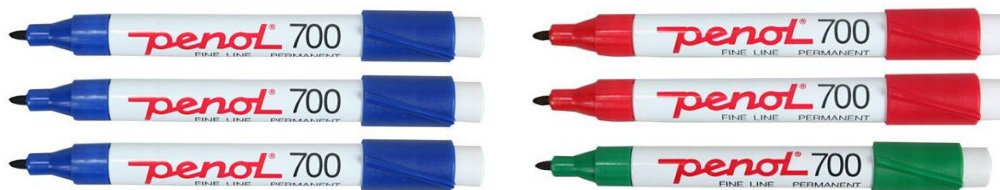
Bruk grafene til å løse de to ulikhetene nedenfor

- 1) $f(x) \leq 0$
- 2) $f(x) > g(x)$

f) Gitt $\triangle ABC$ der $\angle A = 90^\circ$, $AB = 3,0$ og $\tan C = 2$.

Bestem lengden av AC .

g)



Kilde: <http://nettbutikk.maske.no>
(05.12.2011)

Line har tre blå, to røde og én grønn tusj i pennalet sitt.

Hun trekker tilfeldig to tusjer.

- 1) Bestem sannsynligheten for at hun ikke trekker den grønne tusjen.
- 2) Bestem sannsynligheten for at hun trekker én blå og én rød tusj.

h) Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 1$$

Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at $f'(x) = 2x$

Oppgave 2 (6 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 2x - 2$$

- a) Vis ved regning at grafen til f ikke har nullpunkter.
- b) Bruk $f'(x)$ til å finne ekstremalpunktet på grafen til f .
Tegn grafen til f .
- c) Grafen til f har en tangent i punktet $(2, -2)$.
Bestem likningen for denne tangenten ved regning.

Oppgave 3 (4 poeng)

En tilnærmet regel for å gjøre om fra grader celsius (C) til grader fahrenheit (F) er

$$F = 2C + 30$$

Den nøyaktige regelen for å gjøre om fra grader celsius (C) til grader fahrenheit (F) er

$$5F = 9C + 160$$

- a) Gjør om 100°C til grader fahrenheit ved å bruke den tilnærmede regelen og den nøyaktige regelen. Hvor stor er differansen mellom svarene du får?
- b) Løs likningssystemet

$$\begin{bmatrix} F = 2C + 30 \\ 5F = 9C + 160 \end{bmatrix}$$

Hva forteller løsningen om den tilnærmede regelen?

DEL 2 Med hjelpemidler

Oppgave 4 (8 poeng)

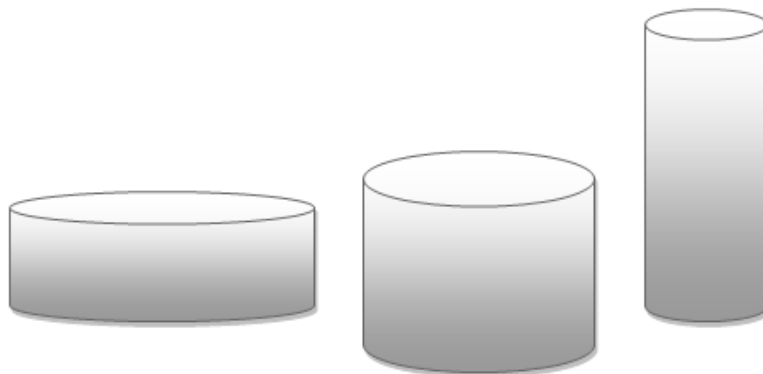
I en trekant er lengden av sidene 4,0 cm, 5,0 cm og 6,0 cm.

- a) Vis ved regning at denne trekanten ikke er rettvinklet.
- b) Bestem arealet av trekanten ved regning.

En av sidene i en trekant skal ha lengde 7,0 cm. En annen side skal ha lengde 11,0 cm.

- c) Bestem det største arealet denne trekanten kan ha.
- d) Gjør beregninger og vis hvordan trekanten kan se ut dersom arealet er 30 cm^2 .

Oppgave 5 (4 poeng)



Siv skal lage en rett sylinder. Høyden h og diameteren d kan variere, men $d + h = 6$. Vi setter radius i sylindere lik x .

- a) Vis at volumet V av sylindere da kan skrives som

$$V(x) = 6\pi x^2 - 2\pi x^3, \quad x \in \langle 0, 3 \rangle$$

- b) Bruk $V'(x)$ til å vise at det største volumet sylindere kan få, er nøyaktig lik 8π .

Oppgave 6 (8 poeng)

Det går hull på en oljetank, og det begynner å lekke ut olje.

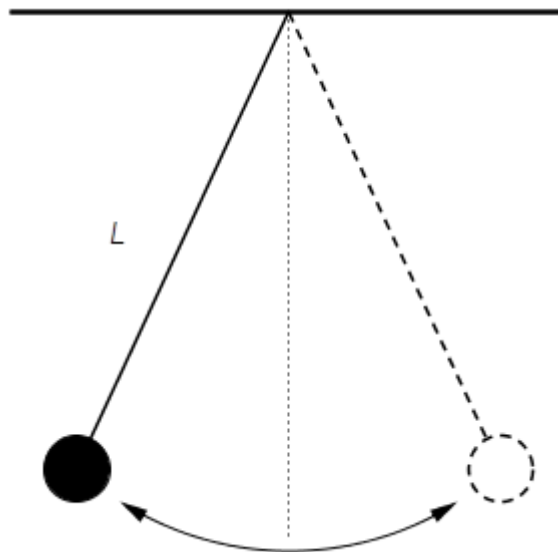
Funksjonen F gitt ved

$$F(x) = 6000 \cdot 0,864^x, \quad x \in [0, 24]$$

viser hvor mange liter olje F det er igjen i tanken x timer etter at det begynte å lekke ut olje.

- a) Hvor mange liter olje var det i tanken før lekkasjen?
Hvor mange prosent av oljen i tanken lekker ut per time?
- b) Tegn grafen til F .
- c) Hvor lang tid tar det før halvparten av oljen som var i tanken før lekkasjen, har lekket ut?
- d) Bestem en tilnærmet verdi for den momentane vekstfarten til F etter to timer.
Hva forteller dette svaret om lekkasjen?

Oppgave 7 (6 poeng)



Ovenfor ser du en pendel. Pendelen er en kule som henger i en snor med lengde L meter. Tiden T sekunder som det tar for pendelen å bevege seg én gang fram og tilbake, kalles svingetiden. Svingetiden er avhengig av snorens lengde. Sammenhengen er gitt ved formelen

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Her er $g \approx 9,81$.

- a) Gjør om på formelen ovenfor slik at du får en formel for L uttrykt ved T .
- b) Bestem lengden av snoren slik at svingetiden blir 1,0 s

Verdien til g varierer litt etter hvor på jordkloden du befinner deg. Ved et forsøk der snorlengden var 10,00 m, viste det seg at pendelen svingte fram og tilbake 1 000 ganger i løpet av 6 345 s.

- c) Bruk dette til å bestemme g på stedet der forsøket ble gjort. Oppgi svaret med tre desimaler.

Oppgave 8 (6 poeng)

I Norge er det nå ca. 5 000 000 innbyggere. Av disse bor ca. 300 000 i Sør-Trøndelag.

Vi velger tilfeldig én person som bor i Norge.

- a) Bestem sannsynligheten for at personen bor i Sør-Trøndelag.

Vi velger nå tilfeldig 10 personer som bor i Norge, og registrerer hvor mange av dem som bor i Sør-Trøndelag.

- b) Forklar at dette kan ses på som et binomisk forsøk.
- c) Bestem sannsynligheten for at ingen av de 10 bor i Sør-Trøndelag.
- d) Bestem sannsynligheten for at minst 3 av de 10 bor i Sør-Trøndelag.

Oppgave 9 (4 poeng)

La andregradsfunksjonen f være gitt ved

$$f(x) = a \cdot (x - b)^2 + c$$

der a , b og c er reelle tall.

- a) Bestem c slik at grafen til f har nøyaktig ett nullpunkt uansett hvilke verdier vi velger for a og b .
- b) Bestem b slik at grafen til f har et ekstremalpunkt i $x = 3$ uansett hvilke verdier vi velger for a og c .

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no