

Eksamen

24.11.2010

MAT1013 Matematikk 1T

Opphavsberettiget materiell er fjernet

Eksamensinformasjon

Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser reknedugleik og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarar framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (18 poeng)

- a) Løys likningssystemet

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$$

- b) Løys likninga

$$-\frac{1}{4}x + 2 = 2x - \frac{5}{2}$$

- 1) grafisk
- 2) ved rekning

- c) Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$5,7 \cdot 10^4 + 3,0 \cdot 10^3$$

- d) Trekk saman og skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{3}{x+4} + \frac{24}{x^2-16}$$

- e) Løys ulikskapen

$$x^2 + 2x - 8 \geq 0$$

- f) Teikn ein rettinkla trekant ABC der $\tan C = \frac{5}{12}$.
- g) I ein twistpose er det 25 twistbitar. Per liker 16 av desse. Vi trekkjer tilfeldig to twistbitar frå posen.
- 1) Finn sannsynet for at Per liker begge twistbitane vi trekkjer.
 - 2) Finn sannsynet for at Per berre liker éin av twistenbitane vi trekkjer.



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

Oppgåve 2 (6 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7$$

- a) Finn den momentane vekstfarten når $x = 1$.
- b) Finn den gjennomsnittlege vekstfarten frå $x = 0$ til $x = 3$.
Kan du ut fra dette avgjere om grafen til f har ekstremalpunkt i intervallet $[0, 3]$?
Grunngi svaret.
- c) Finn koordinatane til eventuelle topp- og botnpunkt på grafen til f ved rekning.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 3 (6 poeng)

Kjelde: <http://www.kaupang.uio.no/funn/2000.html> 1 (25.09.2009)

Funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 100 \cdot 0,5^{\frac{x}{5730}}$$

viser kor mange prosent av opphavleg mengd C-14 det er igjen i ein plante x år etter at planten er død.

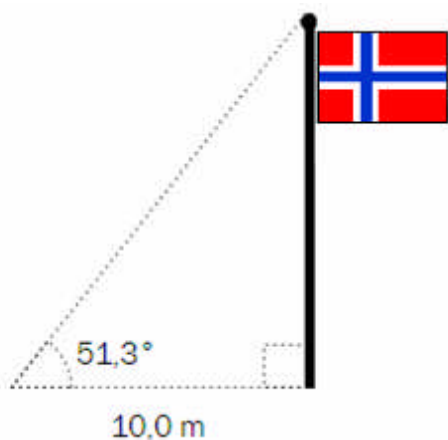
- a) Teikn grafen til T for $x \in [0, 12000]$.
- b) Kor lang tid tek det før opphavleg mengd C-14 i ein plante er halvert?

På biletet ser du restar av ein gammal trebrønn som blei funne under utgravingar i Vestfold. Målingar viste at treverket inneheldt 86,5 % av opphavleg mengd C-14.

- c) Omtrent kor gammal var brønnen da målingane blei gjorde?

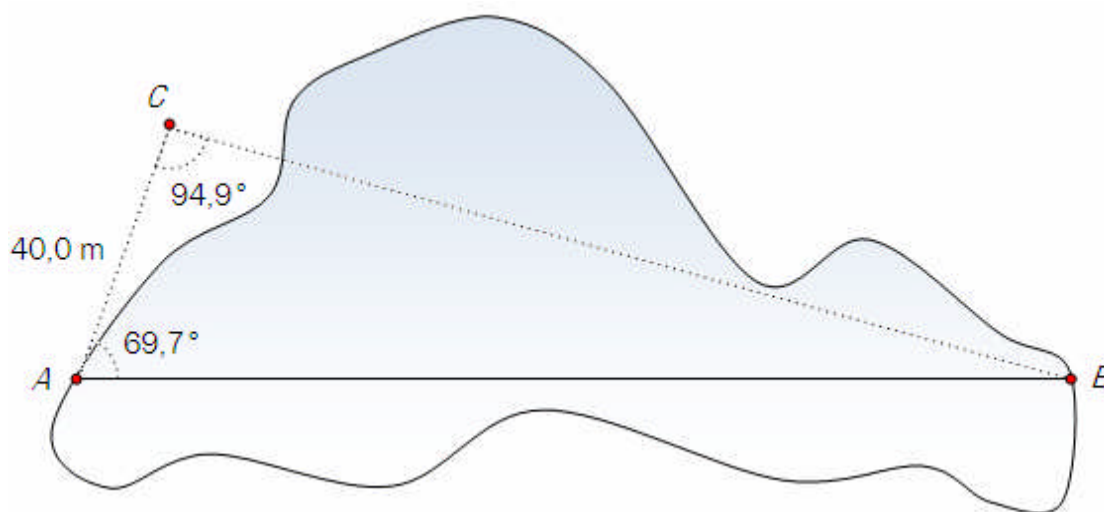
Oppgave 4 (6 poeng)

Anders, Hilde og Petter har valt 1T. Dei har et prosjekt der dei skal bruke trigonometri til å løse praktiske problemstillingar.



Anders vil finne ut kor høg flaggstanga på skoleplassen er. Han måler avstand og vinkel som vist på figuren ovanfor.

- a) Bruk opplysningane på figuren og rekn ut kor høg flaggstanga er.



Hilde er på tur og kjem til ein innsjø. Ho står i punkt A og vil finne ut kor langt det er til punkt B på den andre sida av innsjøen. Ho måler avstanden AC, $\angle A$ og $\angle C$. Sjå figuren ovanfor.

- b) Bruk opplysningane på figuren og rekn ut kor langt det er frå A til B.

På skoleplassen står det tre tre. Trea dannar hjørna i ein trekant. Petter måler avstandane mellom trea til å vere høvesvis 20, 24 og 14 m.

- c) Rekn ut arealet av trekanten som trea dannar.

Oppgåve 5 (8 poeng)

Fotballgruppa i eit idrettslag ønskjer seg ein ny ballbinge. Dei gjennomfører ei spørjeundersøking for å finne ut kva medlemmene i idrettslaget meiner om dette.

- Alle dei 240 medlemmene i idrettslaget blir spurde.
- 45 % av medlemmene er kvinner.
- 63 av mennene ønskjer ballbinge.
- Til saman 110 av medlemmene ønskjer ikkje ballbinge.

- a) Teikn av tabellen nedanfor i svaret ditt. Bruk opplysningane ovanfor og fyll inn tala som skal stå i dei kvite felta.

	Mann	Kvinne	Totalt
Ønskjer ballbinge			
Ønskjer ikkje ballbinge			
Totalt			

- b) Finn sannsynet for at ein tilfeldig vald medlem i idrettslaget ønskjer ballbinge.

Ein medlem blir vald tilfeldig. Det viser seg at denne medlemmen ønskjer ballbinge.

- c) Finn sannsynet for at denne medlemmen er ein mann.

Styret i idrettslaget set som krav at minst 75 % av medlemmene må ønskje ballbinge dersom dei skal godkjenne planane.

Fotballgruppa prøver å verve nye medlemmer som ønskjer ballbinge.

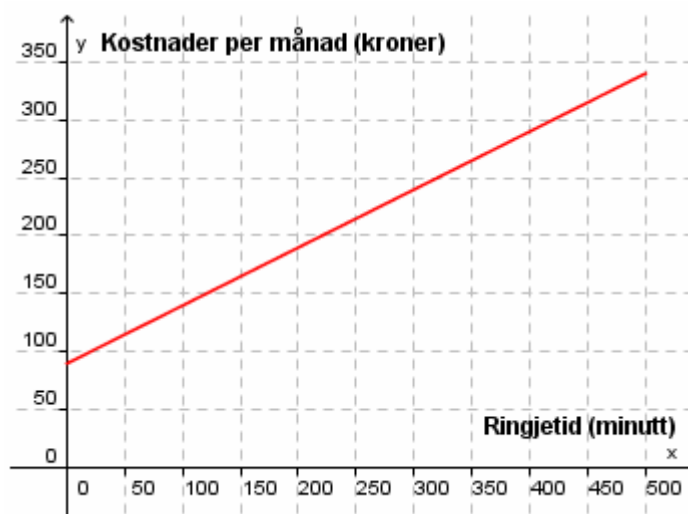
- d) Kor mange slike medlemmer må fotballgruppa verve for at kravet frå styret skal innfriast?

Oppgåve 6 (6 poeng)

Eit telefonabonnement har ofte ein fast månadspris. I tillegg betaler du for kvart minutt du ringjer.

- a) Grafen til h gre viser kostnader per månad med eit gitt telefonabonnement.

Bruk grafen og finn den faste månadsprisen og prisen for kvart minutt du ringjer.



Tabellen nedanfor viser kostnader per månad med tre ulike telefonabonnement, A, B og C.

Abonnement	Fast månadspris	Pris per minutt du ringjer
A	0 kroner	1,59 kroner per minutt
B	100 kroner	Dei første 100 minutta er gratis, deretter 1,19 kroner per minutt
C	250 kroner	0,49 kroner per minutt

- b) Teikn grafar som viser dei månadlege kostnadene med kvart av dei tre telefonabonnementa i eitt nytt koordinatsystem. Vel x - verdiar fr  og med 0 minutt til og med 500 minutt.
- c) Kor mykje må du ringje for at det skal lønne seg å bruke kvart av dei tre abonnementa A, B og C?

Kjelde: <http://nrkbeta.no/2007/11/>
(13.03.2010)

Oppgåve 7 (4 poeng)

Ei undersøking viser at 95 % av elevane ved dei vidaregåande skolane i eit fylke har profil på Facebook.

Vi vel tilfeldig 25 elevar frå desse skolene.

Kilde: <http://userlogos.org/taxonomy/term/316?page=1>

- a) Finn sannsynet for at alle 25 elevane har profil på Facebook.
- b) Finn sannsynet for at fleire enn 20 av de 25 elevane har profil på Facebook.

Oppgåve 8 (6 poeng)

*I denne oppgåva skal du velje enten alternativ I eller alternativ II.
Dei to alternativa tel like mykje ved sensuren.*

Alternativ I

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -2x^2 + ax + 4$$

- a) Finn $f'(x)$. Bruk den deriverte til å finne toppunktet til f når $a = 2$.
- b) Bestem verdien av a slik at x - koordinaten til toppunktet er -1 .
- c) For kva verdi av a har y - koordinaten til toppunktet lågast verdi?

Alternativ II



Kjelde: Utdanningsdirektoratet

- a) Sidene i ein trekant er 27 cm, 20 cm og 12 cm lange.
Er trekanten rettvinkla?

Rolf har ei 6,0 m lang jernstong. Han vil bruke stonga til å lage ein rettvinkla trekant. Den eine kateten skal vere 2,0 m lang.

- b) Rekn ut lengda av dei to andre sidene i trekanten.

Rolf finn ei ny stong som er 6,0 m lang. Av denne stonga vil han lage ein trekant der ein vinkel er 120° og ein av de tilstøytande sidene er 2,0 m lang.

- c) Rekn ut lengda av dei to andre sidene i denne trekanten.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevnninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (18 poeng)

a) Løs likningssystemet

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$$

b) Løs likningen

$$-\frac{1}{4}x + 2 = 2x - \frac{5}{2}$$

1) grafisk

2) ved regning

c) Regn ut og skriv svaret på standardform

$$5,7 \cdot 10^4 + 3,0 \cdot 10^3$$

d) Trekk sammen og skriv så enkelt som mulig

$$\frac{3}{x+4} + \frac{24}{x^2-16}$$

e) Løs ulikheten

$$x^2 + 2x - 8 \geq 0$$

- f) Tegn en rettvinklet trekant ABC der $\tan C = \frac{5}{12}$.
- g) I en twistpose er det 25 twistbiter. Per liker 16 av disse. Vi trekker tilfeldig to twistbiter fra posen.
- 1) Finn sannsynligheten for at Per liker begge twistbitene vi trekker.
 - 2) Finn sannsynligheten for at Per bare liker én av twistbitene vi trekker.



Kilde: Utdanningsdirektoratet

Oppgave 2 (6 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 7$$

- a) Finn den momentane vekstfarten når $x = 1$.
- b) Finn den gjennomsnittlige vekstfarten fra $x = 0$ til $x = 3$.
Kan du ut fra dette avgjøre om grafen til f har ekstremalpunkt i intervallet $[0, 3]$?
Begrunn svaret.
- c) Finn koordinatene til eventuelle topp- og bunnpunkter på grafen til f ved regning.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 3 (6 poeng)

Kilde: <http://www.kaupang.uio.no/funn/2000.html> 2 (25.09.2009)

Funksjonen T gitt ved

$$T(x) = 100 \cdot 0,5^{\frac{x}{5730}}$$

viser hvor mange prosent av opprinnelig mengde C-14 det er igjen i en plante x år etter at planten er død.

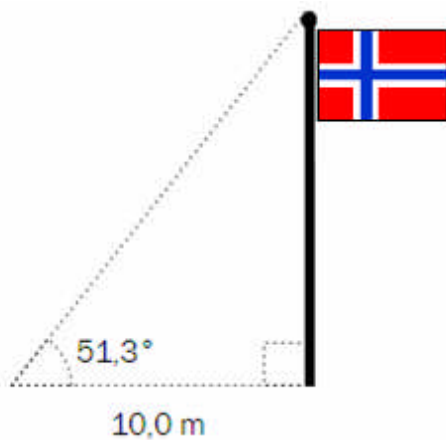
- a) Tegn grafen til T for $x \in [0, 12000]$.
- b) Hvor lang tid tar det før opprinnelig mengde C-14 i en plante er halvert?

På bildet ser du rester av en gammel trebrønn som ble funnet under utgravinger i Vestfold. Målinger viste at treverket inneholdt 86,5 % av opprinnelig mengde C-14.

- c) Omtrent hvor gammel var brønnen da målingene ble gjort?

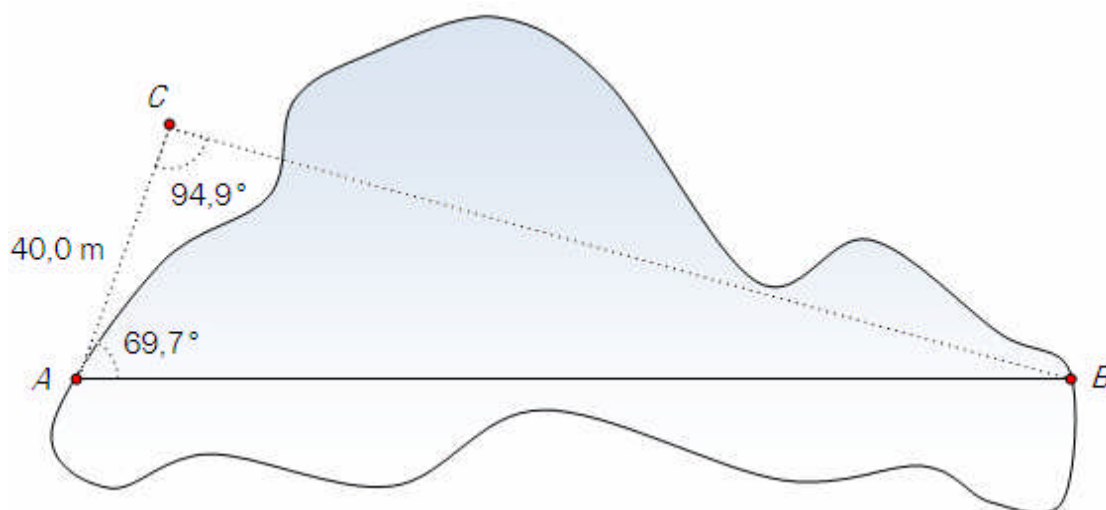
Oppgave 4 (6 poeng)

Anders, Hilde og Petter har valgt 1T. De har et prosjekt der de skal bruke trigonometri til å løse praktiske problemstillinger.



Anders vil finne ut hvor høy flaggstanga på skoleplassen er. Han måler avstand og vinkel som vist på figuren ovenfor.

- a) Bruk opplysningene på figuren og regn ut hvor høy flaggstanga er.



Hilde er på tur og kommer til en innsjø. Hun står i punkt A og vil finne ut hvor langt det er til punkt B på den andre siden av innsjøen. Hun måler avstanden AC , $\angle A$ og $\angle C$. Se figuren ovenfor.

- b) Bruk opplysningene på figuren og regn ut hvor langt det er fra A til B.

På skoleplassen står det tre trær. Trærne danner hjørnene i en trekant. Petter måler avstandene mellom trærne til å være henholdsvis 20, 24 og 14 m.

- c) Regn ut arealet av trekanten som trærne danner.

Oppgave 5 (8 poeng)

Fotballgruppa i et idrettslag ønsker seg en ny ballbinge. De gjennomfører en spørreundersøkelse for å finne ut hva medlemmene i idrettslaget mener om dette.

- Alle de 240 medlemmene i idrettslaget blir spurt.
- 45 % av medlemmene er kvinner.
- 63 av mennene ønsker ballbinge.
- Til sammen 110 av medlemmene ønsker ikke ballbinge.

- a) Tegn av tabellen nedenfor i besvarelsen din. Bruk opplysningene ovenfor og fyll inn tallene som skal stå i de hvite feltene.

	Mann	Kvinne	Totalt
Ønsker ballbinge			
Ønsker ikke ballbinge			
Totalt			

- b) Finn sannsynligheten for at et tilfeldig valgt medlem i idrettslaget ønsker ballbinge.

Et medlem blir valgt tilfeldig. Det viser seg at dette medlemmet ønsker ballbinge.

- c) Finn sannsynligheten for at dette medlemmet er en mann.

Styret i idrettslaget setter som krav at minst 75 % av medlemmene må ønske ballbinge dersom de skal godkjenne planene.

Fotballgruppa prøver å verve nye medlemmer som ønsker ballbinge.

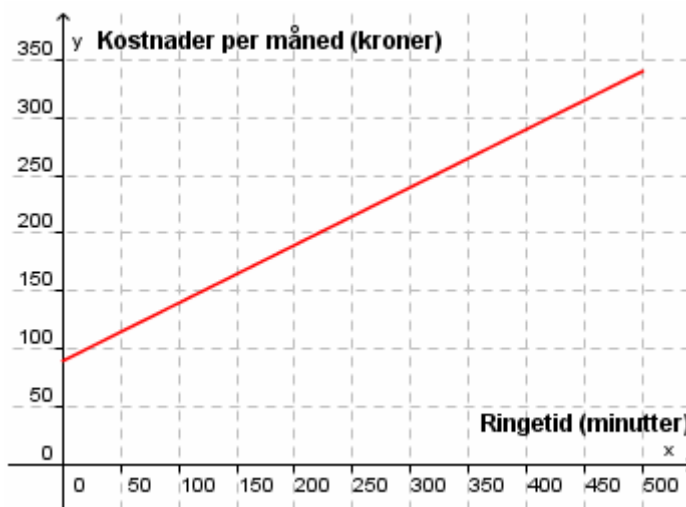
- d) Hvor mange slike medlemmer må fotballgruppa verve for at kravet fra styret skal innfris?

Oppgave 6 (6 poeng)

Et telefonabonnement har ofte en fast månedspris. I tillegg betaler du for hvert minutt du ringer.

- a) Grafen til høyre viser kostnader per måned med et gitt telefonabonnement.

Bruk grafen og finn den faste månedsprisen og prisen for hvert minutt du ringer.



Tabellen nedenfor viser kostnader per måned med tre ulike telefonabonnementer, A, B og C.

Abonnement	Fast månedspris	Pris per minutt du ringer
A	0 kroner	1,59 kroner per minutt
B	100 kroner	De første 100 minuttene er gratis, deretter 1,19 kroner per minutt
C	250 kroner	0,49 kroner per minutt

- b) Tegn grafer som viser de månedlige kostnadene med hvert av de tre telefonabonnementene i ett nytt koordinatsystem. Velg x - verdier fra og med 0 minutter til og med 500 minutter.
- c) Hvor mye må du ringe for at det skal lønne seg å bruke hvert av de tre abonnementene A, B og C?

Kilde: <http://nrkbeta.no/2007/11/>
(13.03.2010)

Oppgave 7 (4 poeng)

En undersøkelse viser at 95 % av elevene ved de videregående skolene i et fylke har profil på Facebook.

Vi velger tilfeldig 25 elever fra disse skolene.

Kilde: <http://userlogos.org/taxonomy/term/316?page=1>

- a) Finn sannsynligheten for at alle 25 elevene har profil på Facebook.
- b) Finn sannsynligheten for at flere enn 20 av de 25 elevene har profil på Facebook.

Oppgave 8 (6 poeng)

*I denne oppgaven skal du velge **enten** alternativ I **eller** alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved sensuren.*

Alternativ I

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = -2x^2 + ax + 4$$

- a) Finn $f'(x)$. Bruk den deriverte til å finne toppunktet til f når $a = 2$.
- b) Bestem verdien av a slik at x - koordinaten til toppunktet er -1 .
- c) For hvilken verdi av a har y - koordinaten til toppunktet lavest verdi?

Alternativ II



Kilde: Utdanningsdirektoratet

- a) Sidene i en trekant er 27 cm, 20 cm og 12 cm lange.
Er trekanten rettvinklet?

Rolf har en 6,0 m lang jernstang. Han vil bruke stangen til å lage en rettvinklet trekant. Den ene kateten skal være 2,0 m lang.

- b) Regn ut lengden av de to andre sidene i trekanten.

Rolf finner en ny stang som er 6,0 m lang. Av denne stangen vil han lage en trekant der en vinkel er 120° og en av de tilstøtende sidene er 2,0 m lang.

- c) Regn ut lengden av de to andre sidene i denne trekanten.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no