Utdanningsdirektoratet

Eksamen

29.11.2012

REA3022 Matematikk R1

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar: Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing.
Rettleiing om vurderinga:	Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du – viser rekneferdigheiter og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarer framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Deriver funksjonane

a) $f(x) = (2x-1)^2$

b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

c) $h(x) = x^3 \cdot e^{2x}$

Oppgåve 2 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + kx + 3$$

a) Bestem k slik at divisjonen $f(x):(x-3)$ går opp.

b) Bruk polynomdivisjon til å skrive $f(x)$ som eit produkt av lineære faktorar (førstegradsfaktorar) når k har verdien du fann i oppgåve 2 a).

Oppgåve 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

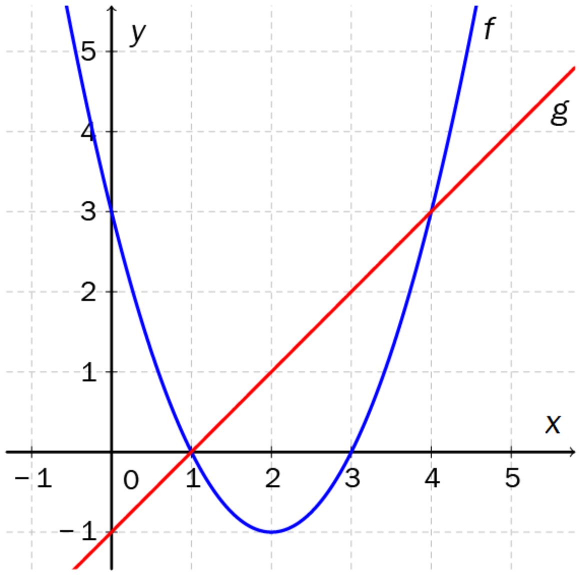
a) Bestem vendepunktet på grafen til f.

b) Bestem likninga til vendetangenten.

Oppgåve 4 (3 poeng)

På figuren er det teikna grafane til funksjonane f og g gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x-3) \quad \text{og} \quad g(x) = x-1$$



Ein elev skulle bestemme skjeringspunkta mellom grafane ved rekning.

Eleven svarte slik på oppgåva:

$$f(x) = g(x)$$
$$(x-1)(x-3) = x-1$$
$$\cancel{(x-1)} \cdot (x-3) = \cancel{(x-1)}$$
$$(x-3) = 1$$
$$x = 4$$
$$y = 4-1 = 3$$

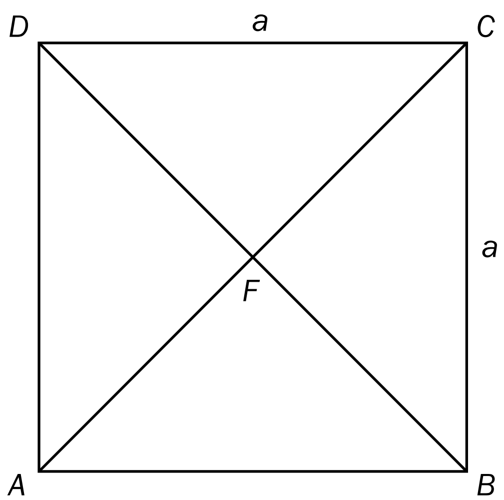
$\underline{\text{Skjeringspunktet er } (4,\, 3)}$

a) Kommenter svaret til eleven.

b) Bestem skjeringspunkta mellom grafane ved rekning slik du meiner oppgåva bør løysast.

Oppgåve 5 (3 poeng)

Figuren viser eit kvadrat $ABCD$ med side a. Diagonalane AC og BD skjer kvarandre i punktet F.



a) Forklar at $AC \perp BD$

b) Forklar at arealet av kvadratet er $\frac{1}{2} AC \cdot BD$

Oppgåve 6 (3 poeng)

Løys likningane

a) $3^{4x} + 7 = 34$

b) $\lg x + \lg(x-1) = \lg 2$

Oppgåve 7 (3 poeng)

Vi har gitt punkta $A(3, 0)$, $B(7, 3)$ og $C(0, t)$.

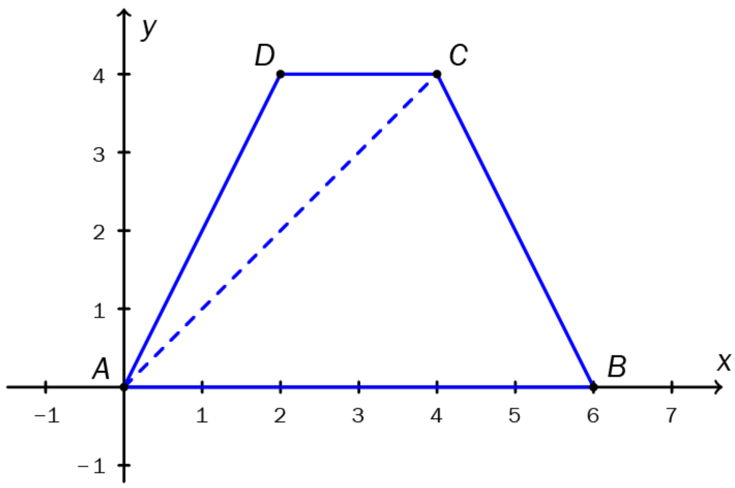
a) Bestem t slik at $\angle BAC = 90^\circ$

b) Bestem den minste avstanden frå A til BC for denne t-verdien.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (6 poeng)

Punkta $A(0,0)$, $B(6,0)$, $C(4,4)$ og $D(t,4)$ er hjørne i $\square ABCD$.



a) Bruk skalarprodukt til å bestemme $\angle BAC$.

b) Bestem t slik at $\square ABCD$ blir eit parallellogram.

c) Bestem t ved rekning slik at $AC \perp BD$.

Oppgåve 2 (5 poeng)

Ein skole har 350 elevar, 182 gutar og 168 jenter. Av dei tek 71 gutar og 94 jenter bussen til skolen. Ein elev blir trekt ut tilfeldig. Vi lèt hendingane J og B vere gitt ved

J: Eleven er ei jente.

B: Eleven tek buss til skolen.

a) Bestem $P(J \cap B)$

b) Bestem $P(B)$ og $P(B \mid J)$. Er J og B uavhengige hendingar? Grunngi svaret ditt.

c) Bestem $P(J \mid B)$

Oppgave 3 (7 poeng)

Posisjonen til ein partikkel ved tida t er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[\frac{1}{4}t^2 - 3t\ ,\ \ t + \frac{4}{t} - 5\right]$$

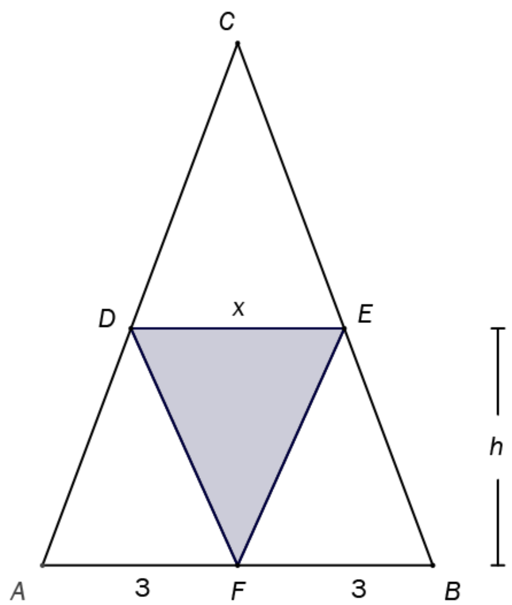
a) Teikn grafen til $\vec{r}$ når $t \in \langle 0, 20]$.

b) Bestem skjeringspunkta mellom banen til partikkelen og koordinataksane.

c) Bestem farten $v = |\vec{v}(t)|$ når $t = 5$.

Oppgåve 4 (8 poeng)

$\triangle DEF$ er innskriven i $\triangle ABC$. Begge trekantane er likebeinte, og $DE \parallel AB$. Vi set $DE = x$. Høgda frå C til AB er 8, og høgda frå F til DE er h. Vidare er $AF = FB = 3$. Sjå figuren.



a) Forklar at $\triangle ABC \sim \triangle DEC$. Bruk dette til å vise at

$$h = 8 - \frac{4}{3}x$$

b) Bestem eit uttrykk $T(x)$ for arealet av $\triangle DEF$.

c) Bestem den største verdien av $T(x)$. Forklar at $\triangle ABC$ i dette tilfellet består av fire kongruente trekantar.

Oppgåve 5 (4 poeng)

a) Ein sirkel er gitt ved

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

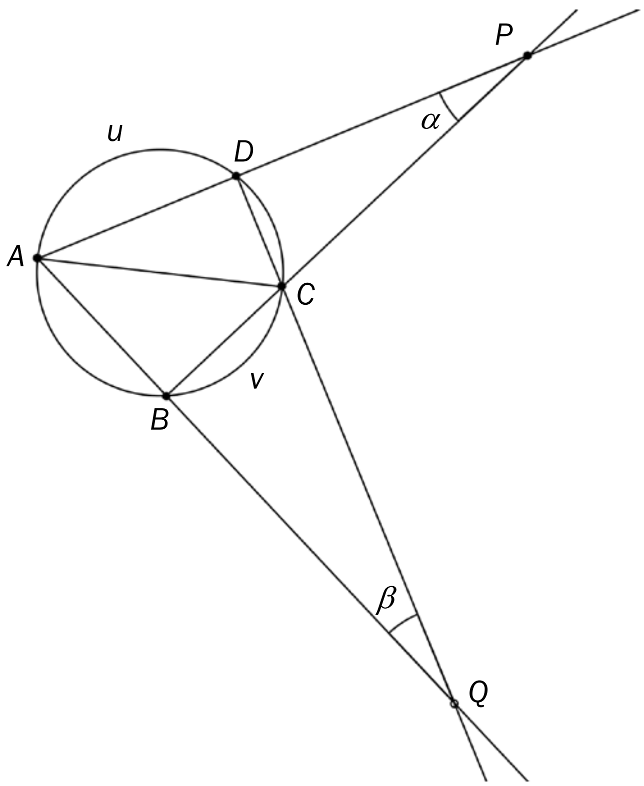
Bestem sentrum og radius i sirkelen ved rekning.

b) Ein annan sirkel er gitt ved

$$x^2 + 2t\,x + y^2 - 4y + 9 = 0\,, \quad t \in \mathbb{R}$$

Bestem t slik at sirkelen har akkurat eitt punkt felles med $x-$aksen.

Oppgåve 6 (6 poeng)



$\square ABCD$ er innskriven i ein sirkel der AC er diameter. Bogen $\overset{\frown}{AD} = u$ og bogen $\overset{\frown}{BC} = v$. Forlengingane av AD og BC skjer kvarandre i P. Vi set $\angle P = \alpha$. Tilsvarande skjer forlengingane av AB og DC kvarandre i Q, og vi set $\angle Q = \beta$.

a) La $u = 120^\circ$ og $v = 90^\circ$. Forklar at da er $\angle BAD = 75^\circ$

b) Vis at $\alpha = \beta = 15^\circ$ i dette tilfellet.

c) Vis at $\alpha = \beta$ for alle verdiar av u og v (når $u \neq v$).

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer: Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Framgangsmåte:	Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Deriver funksjonene

a) $f(x) = (2x-1)^2$

b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

c) $h(x) = x^3 \cdot e^{2x}$

Oppgave 2 (3 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + kx + 3$$

a) Bestem k slik at divisjonen $f(x):(x-3)$ går opp.

b) Bruk polynomdivisjon til å skrive $f(x)$ som et produkt av lineære faktorer (førstegradsfaktorer) når k har verdien du fant i oppgave 2 a).

Oppgave 3 (4 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$$

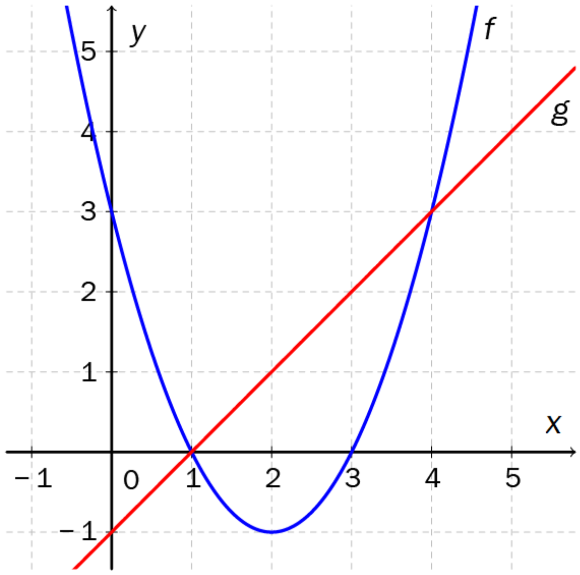
a) Bestem vendepunktet på grafen til f.

b) Bestem likningen til vendetangenten.

Oppgave 4 (3 poeng)

På figuren er det tegnet grafene til funksjonene f og g gitt ved

$$f(x) = (x-1)(x-3) \quad \text{og} \quad g(x) = x-1$$



En elev skulle bestemme skjæringspunktene mellom grafene ved regning.

Eleven besvarte oppgaven slik:

$$f(x) = g(x)$$
$$(x-1)(x-3) = x-1$$
$$\cancel{(x-1)} \cdot (x-3) = \cancel{(x-1)}$$
$$(x-3) = 1$$
$$x = 4$$
$$y = 4-1 = 3$$

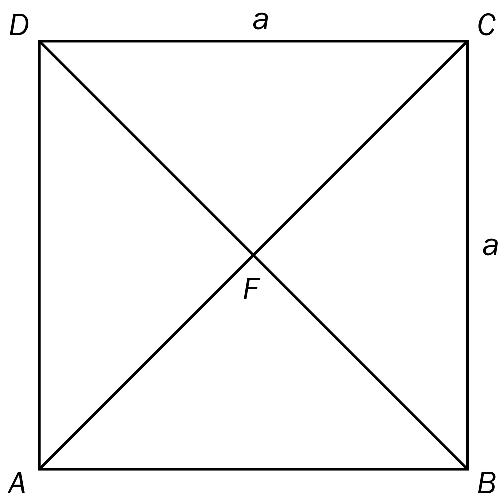
<u>Skjæringspunktet er $(4, 3)$</u>

a) Kommenter elevens besvarelse.

b) Bestem skjæringspunktene mellom grafene ved regning slik du mener oppgaven bør løses.

Oppgave 5 (3 poeng)

Figuren viser et kvadrat $ABCD$ med side a. Diagonalene AC og BD skjærer hverandre i punktet F.



a) Forklar at $AC \perp BD$

b) Forklar at arealet av kvadratet er $\frac{1}{2} AC \cdot BD$

Oppgave 6 (3 poeng)

Løs likningene

a) $3^{4x} + 7 = 34$

b) $\lg x + \lg(x-1) = \lg 2$

Oppgave 7 (3 poeng)

Vi har gitt punktene $A(3, 0)$, $B(7, 3)$ og $C(0, t)$.

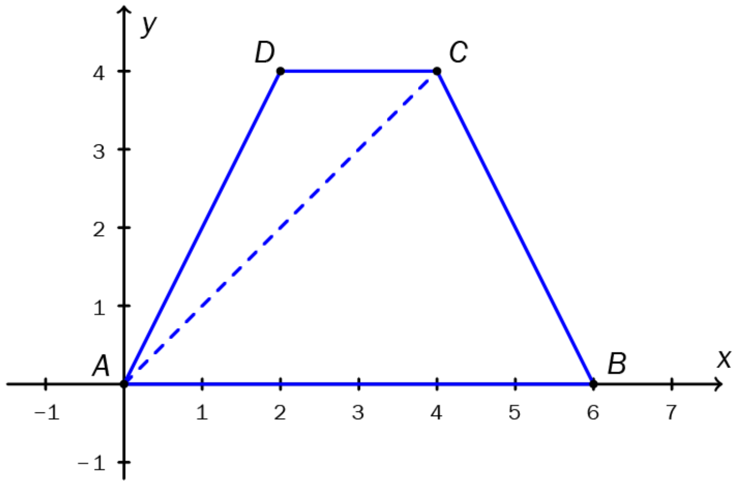
a) Bestem t slik at $\angle BAC = 90°$

b) Bestem den minste avstanden fra A til BC for denne t-verdien.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (6 poeng)

Punktene $A(0, 0)$, $B(6, 0)$, $C(4, 4)$ og $D(t, 4)$ er hjørner i $\square ABCD$.



a) Bruk skalarprodukt til å bestemme $\angle BAC$.

b) Bestem t slik at $\square ABCD$ blir et parallellogram.

c) Bestem t ved regning slik at $AC \perp BD$.

Oppgave 2 (5 poeng)

En skole har 350 elever, 182 gutter og 168 jenter. Av disse tar 71 gutter og 94 jenter bussen til skolen. En elev blir trukket ut tilfeldig. Vi lar hendelsene J og B være gitt ved

J: Eleven er en jente.

B: Eleven tar buss til skolen.

a) Bestem $P(J \cap B)$

b) Bestem $P(B)$ og $P(B \mid J)$. Er J og B uavhengige hendelser? Begrunn svaret ditt.

c) Bestem $P(J \mid B)$

Oppgave 3 (7 poeng)

Posisjonen til en partikkel ved tiden t er gitt ved

$$\vec{r}(t) = \left[\frac{1}{4}t^2 - 3t\ ,\ \ t + \frac{4}{t} - 5\right]$$

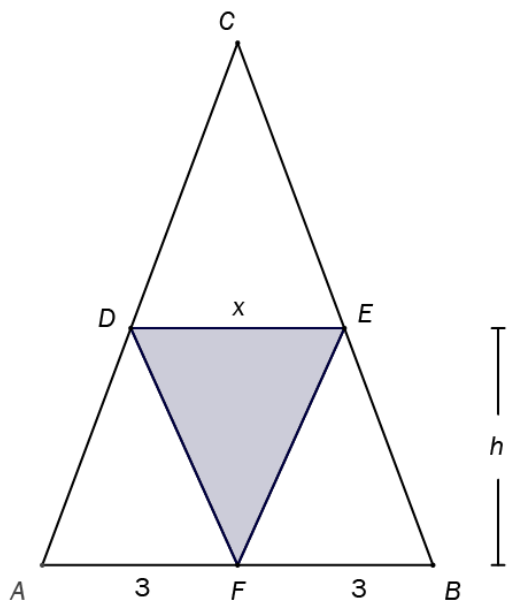
a) Tegn grafen til $\vec{r}$ når $t \in \langle 0, 20]$.

b) Bestem skjæringspunktene mellom banen til partikkelen og koordinataksene.

c) Bestem farten $v = |\vec{v}(t)|$ når $t = 5$.

Oppgave 4 (8 poeng)

$\triangle DEF$ er innskrevet i $\triangle ABC$. Begge trekantene er likebeinte, og $DE \parallel AB$. Vi setter $DE = x$. Høyden fra C til AB er 8, og høyden fra F til DE er h. Videre er $AF = FB = 3$. Se figuren.



a) Forklar at $\triangle ABC \sim \triangle DEC$. Bruk dette til å vise at

$$h = 8 - \frac{4}{3}x$$

b) Bestem et uttrykk $T(x)$ for arealet av $\triangle DEF$.

c) Bestem den største verdien av $T(x)$. Forklar at $\triangle ABC$ i dette tilfellet består av fire kongruente trekanter.

Oppgave 5 (4 poeng)

a) En sirkel er gitt ved

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$$

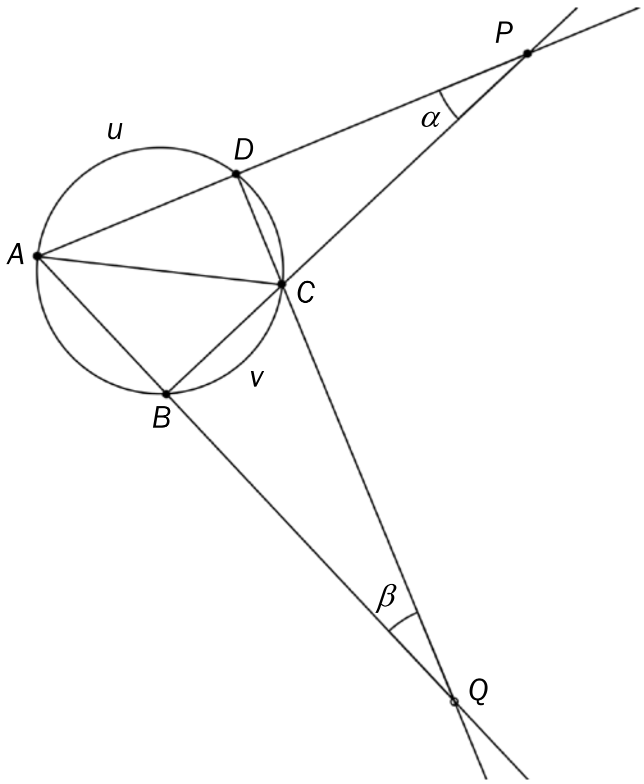
Bestem sentrum og radius i sirkelen ved regning.

b) En annen sirkel er gitt ved

$$x^2 + 2t\,x + y^2 - 4y + 9 = 0\,, \quad t \in \mathbb{R}$$

Bestem t slik at sirkelen har akkurat ett punkt felles med x – aksen.

Oppgave 6 (6 poeng)



$\square ABCD$ er innskrevet i en sirkel der AC er diameter. Buen $\overset{\frown}{AD} = u$ og buen $\overset{\frown}{BC} = v$. Forlengelsene av AD og BC skjærer hverandre i P. Vi setter $\angle P = \alpha$. Tilsvarende skjærer forlengelsene av AB og DC hverandre i Q, og vi setter $\angle Q = \beta$.

a) La $u = 120°$ og $v = 90°$. Forklar at da er $\angle BAD = 75°$

b) Vis at $\alpha = \beta = 15°$ i dette tilfellet.

c) Vis at $\alpha = \beta$ for alle verdier av u og v (når $u \neq v$).

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet