Utdanningsdirektoratet

# Eksamen

31.05.2012

## REA3022 Matematikk R1

Nynorsk/Bokmål

# Nynorsk

| Eksamensinformasjon | |
|---|---|
| **Eksamenstid:** | 5 timar:<br>Del 1 skal leverast inn etter 2 timar.<br>Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar. |
| **Hjelpemiddel på Del 1:** | Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar. |
| **Hjelpemiddel på Del 2:** | Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. |
| **Framgangsmåte:** | Du skal svare på alle oppgåvene i Del 1 og Del 2.<br><br>Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte.<br><br>Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko utteljing. |
| **Rettleiing om vurderinga:** | Poeng i Del 1 og Del 2 er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensor vurderer i kva grad du<br><br>– viser rekneferdigheiter og matematisk forståing<br>– gjennomfører logiske resonnement<br>– ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjonar<br>– kan bruke formålstenlege hjelpemiddel<br>– vurderer om svar er rimelege<br>– forklarer framgangsmåtar og grunngir svar<br>– skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar |

# DEL 1
## Utan hjelpemiddel

## Oppgåve 1 (12 poeng)

a) Deriver funksjonane gitt ved

1) $f(x) = 5x^3 + x - 4$

2) $g(x) = 5e^{3x}$

b) Skriv så enkelt som mogleg

$$2\ln\left(\frac{a^2}{b}\right) + \ln(ab) - 3\ln a$$

c) Funksjonen $f$ er gitt ved $f(x) = x^3 - 3x$

1) Bestem nullpunkta til $f$.

2) Bestem eventuelle topp- og botnpunkt til grafen til $f$.

3) Teikn grafen til $f$.

d) Polynomet $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ er gitt. Heiltalige løysingar av likninga $P(x) = 0$ går opp i konstantleddet.

Bruk dette til å finne ei løysing av $P(x) = 0$ og polynomdivisjon til å finne dei andre løysingane.

e) Posisjonsvektoren til ein ball er gitt ved $\vec{r}(t) = \left[\, 3{,}0t \;,\; -4{,}9t^2 \,\right]$
Bestem fartsvektoren og akselerasjonsvektoren.

## **Oppgåve 2** (7 poeng)

Likninga for ei rett linje er på forma $y = ax + b$

a) Forklar at $[1,\ a]$ er ein retningsvektor for linja.

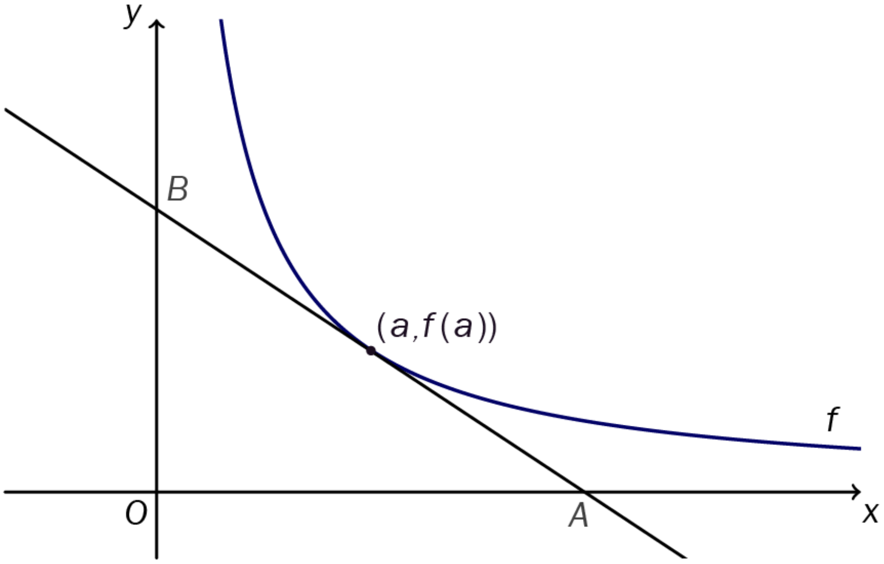
b) To rette linjer med stigningstal $a_1$ og $a_2$ står vinkelrett på kvarandre. Vis at da er

$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

c) Bestem likninga for ei rett linje som står vinkelrett på $y = 2x - 1$ og som skjer *y*-aksen i $y = 5$.

d) Teikn dei to linjene frå c) inn i same koordinatsystem.

## Oppgåve 3 (5 poeng)




Skissa ovanfor viser grafen til funksjonen $f(x)=\dfrac{1}{x}$ og ein tangent i punktet $(a,\ f(a))$.

a) Vis at likninga for tangenten er

$$y=-\frac{1}{a^2}\cdot x+\frac{2}{a}$$

Tangenten skjer koordinataksane i $A$ og $B$.

b) Bestem koordinatane til $A$ og $B$.

c) Bestem arealet av $\triangle OAB$. Kommenter svaret.

# DEL 2
## Med hjelpemiddel

### Oppgåve 4 (4 poeng)

Vi har gitt punkta $A(-3,-2)$, $B(6,3)$ og $C(2,4)$

a) Bestem $\angle BAC$ ved å bruke vektorrekning.

b) Bestem koordinatane til eit punkt $D$ slik at $\square ABCD$ blir eit parallellogram.

### Oppgåve 5 (2 poeng)

Punkta $A(2,4)$ og $B(4,2)$ ligg på ein sirkel slik at $AB$ er diameter til sirkelen.

Vis ved rekning at likninga til sirkelen er $(x-3)^2+(y-3)^2=2$

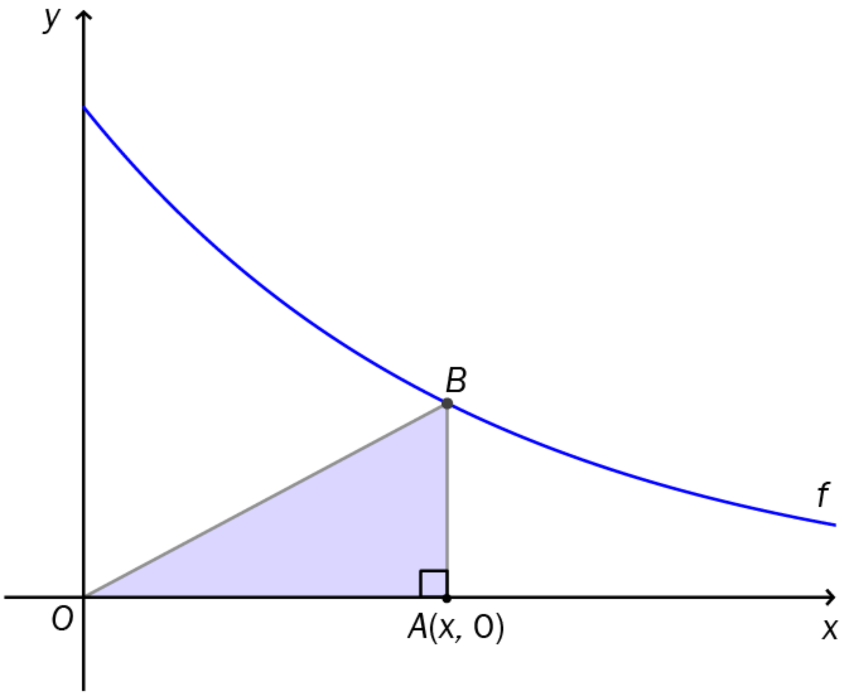
### Oppgåve 6 (5 poeng)

a) Bestem ei parameterframstilling for ei rett linje $l$ som går gjennom punkta $E(2,4)$ og $F(7,-1)$.

b) Bestem skjeringspunkta mellom $l$ og koordinataksane.

c) Bestem ved rekning avstanden frå punktet $G(6,3)$ til $l$.

## **Oppgåve 7** (6 poeng)




Skissa ovanfor viser ein del av grafen til funksjonen $f$ gitt ved

$$f(x) = \frac{5}{2}e^{-\frac{x}{2}} \quad , \quad x > 0$$

a) Vis at arealet av $\triangle OAB$ er gitt ved

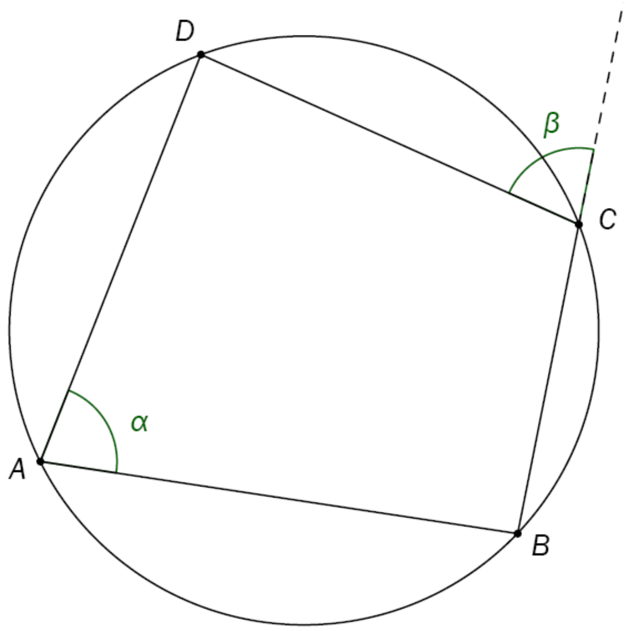
$$g(x) = \frac{5}{4}x \cdot e^{-\frac{x}{2}}$$

b) Bestem det største arealet som $\triangle OAB$ kan ha.

c) Bruk digitalt verktøy til å bestemme $x$ slik at trekanten er likebeint.

Kor stort er arealet da?

## **Oppgåve 8** (5 poeng)




På skissa ovanfor er $\square ABCD$ skriven inn i ein sirkel.

$\angle A = \alpha$, og nabovinkelen til $\angle C$ er kalla $\beta$. Bogen $BCD = x$

a) Forklar at $\alpha = \dfrac{x}{2}$

b) Forklar at $180° - \beta = \dfrac{1}{2}(360° - x)$

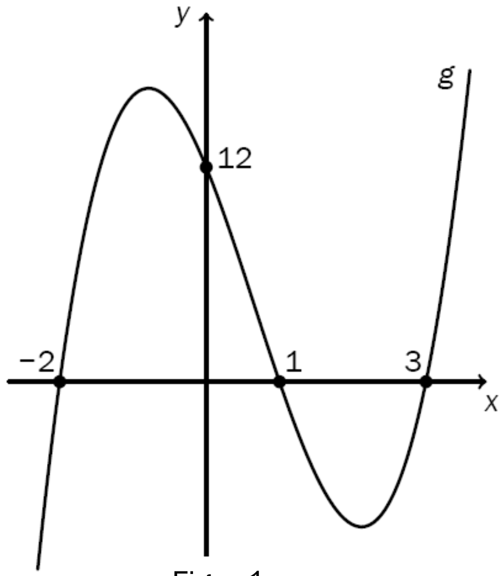
c) Vis at $\alpha = \beta$

## **Oppgåve 9** (6 poeng)

a) Teikn grafen til funksjonen $f$ gitt ved

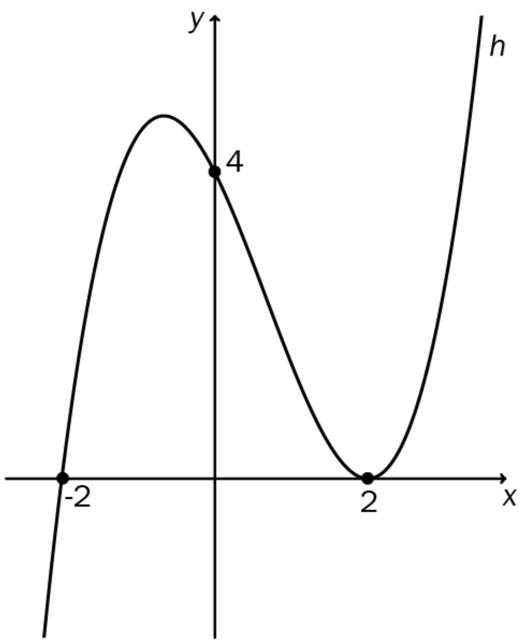
$$f(x) = 2(x+1)(x-1)(x-3)$$

b) På figur 1 er det teikna ei skisse av grafen til ein annan funksjon $g$. Skriv funksjonsuttrykket $g(x)$ på same form som i a).



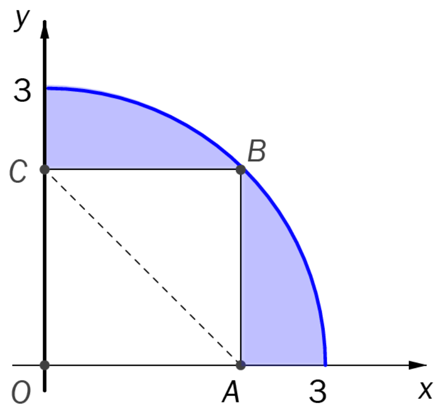

Figur 1

c) På figur 2 er det teikna ei skisse av grafen til ein tredje funksjon $h$. Skriv funksjonsuttrykket $h(x)$ på same form som ovanfor.




Figur 2

## Oppgåve 10 (3 poeng)




På skissa ovanfor er det teikna ein kvartsirkel med radius 3. $\square OABC$ er eit kvadrat der $A$ ligg på $x$-aksen, $B$ på kvartsirkelen og $C$ på $y$-aksen.

a) Bestem lengda til diagonalen $AC$.

b) Bestem arealet av det skraverte området.

## Oppgåve 11 (5 poeng)

Ein skole vil arrangere aktivitetsdag. Det pleier å regne 8 % av dagane på denne tida av året. Vêrmeldinga har vore korrekt 90 % av dei dagane det faktisk regnar. Når det har vore opphaldsvêr, har meteorologane meldt regn 10 % av dagane.

Vi definerer hendingane:

$A$: Det regnar på aktivitetsdagen

$B$: Det er meldt regn på aktivitetsdagen

a) Bestem $P(A)$ og $P(\overline{A})$

b) Bestem $P(B\,|\,A), P(B\,|\,\overline{A})$ og $P(B)$

Det er meldt regn den dagen skolen ønskjer å arrangere aktivitetsdag.

c) Bestem sannsynet for at det ikkje regnar denne dagen sjølv om det altså er meldt regn.

# Bokmål

| Eksamensinformasjon | |
|---|---|
| **Eksamenstid:** | 5 timer:<br>Del 1 skal leveres inn etter 2 timer.<br>Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer. |
| **Hjelpemidler på Del 1:** | Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler. |
| **Hjelpemidler på Del 2:** | Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. |
| **Framgangsmåte:** | Du skal svare på alle oppgavene i Del 1 og Del 2.<br><br>Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte.<br><br>Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling. |
| **Veiledning om vurderingen:** | Poeng i Del 1 og Del 2 er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du<br><br>– viser regneferdigheter og matematisk forståelse<br>– gjennomfører logiske resonnementer<br>– ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner<br>– kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler<br>– vurderer om svar er rimelige<br>– forklarer framgangsmåter og begrunner svar<br>– skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger |

# DEL 1
## Uten hjelpemidler

## Oppgave 1 (12 poeng)

a) Deriver funksjonene gitt ved

1) $f(x) = 5x^3 + x - 4$

2) $g(x) = 5e^{3x}$

b) Skriv så enkelt som mulig

$$2\ln\left(\frac{a^2}{b}\right) + \ln(ab) - 3\ln a$$

c) Funksjonen $f$ er gitt ved $f(x) = x^3 - 3x$

1) Bestem nullpunktene til $f$.

2) Bestem eventuelle topp- og bunnpunkter til grafen til $f$.

3) Tegn grafen til $f$.

d) Polynomet $P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ er gitt. Heltallige løsninger av likningen $P(x) = 0$ går opp i konstantleddet.

Bruk dette til å finne en løsning av $P(x) = 0$ og polynomdivisjon til å finne de andre løsningene.

e) Posisjonsvektoren til en ball er gitt ved $\vec{r}(t) = \left[\, 3{,}0t \;,\; -4{,}9t^2 \,\right]$
Bestem fartsvektoren og akselerasjonsvektoren.

## **Oppgave 2** (7 poeng)

Likningen for en rett linje er på formen $y = ax + b$

a) Forklar at $[1,\ a]$ er en retningsvektor for linjen

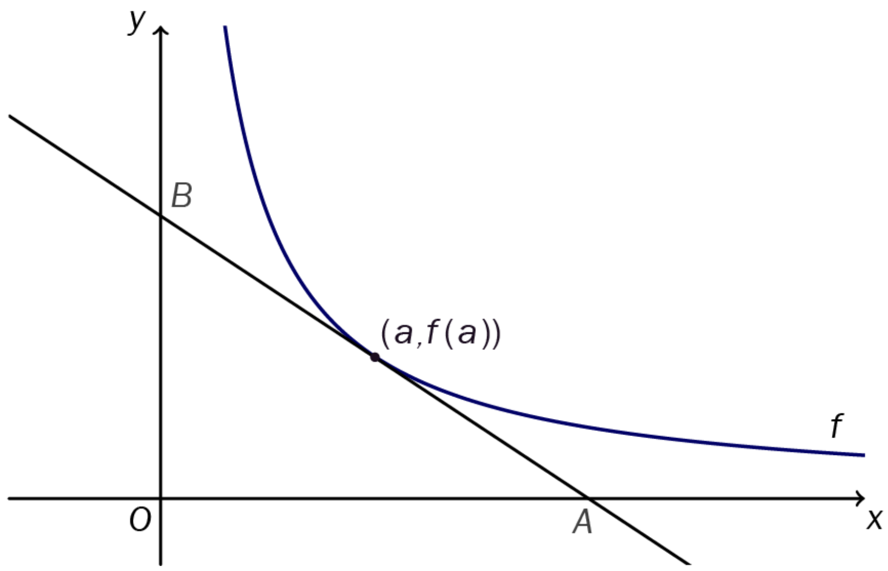
b) To rette linjer med stigningstall $a_1$ og $a_2$ står vinkelrett på hverandre. Vis at da er

$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

c) Bestem likningen for en rett linje som står vinkelrett på $y = 2x - 1$ og som skjærer *y*-aksen i $y = 5$.

d) Tegn de to linjene fra c) inn i samme koordinatsystem.

## **Oppgave 3** (5 poeng)




Skissen ovenfor viser grafen til funksjonen $f(x) = \dfrac{1}{x}$ og en tangent i punktet $(a,\ f(a))$.

a) Vis at likningen for tangenten er

$$y = -\frac{1}{a^2} \cdot x + \frac{2}{a}$$

Tangenten skjærer koordinataksene i $A$ og $B$.

b) Bestem koordinatene til $A$ og $B$.

c) Bestem arealet av $\triangle OAB$. Kommenter svaret.

# DEL 2
## Med hjelpemidler

### Oppgave 4 (4 poeng)

Vi har gitt punktene $A(-3, -2)$, $B(6, 3)$ og $C(2, 4)$

a) Bestem $\angle BAC$ ved å bruke vektorregning.

b) Bestem koordinatene til et punkt $D$ slik at $\square ABCD$ blir et parallellogram.

### Oppgave 5 (2 poeng)

Punktene $A(2, 4)$ og $B(4, 2)$ ligger på en sirkel slik at $AB$ er diameter til sirkelen.

Vis ved regning at likningen til sirkelen er $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 2$

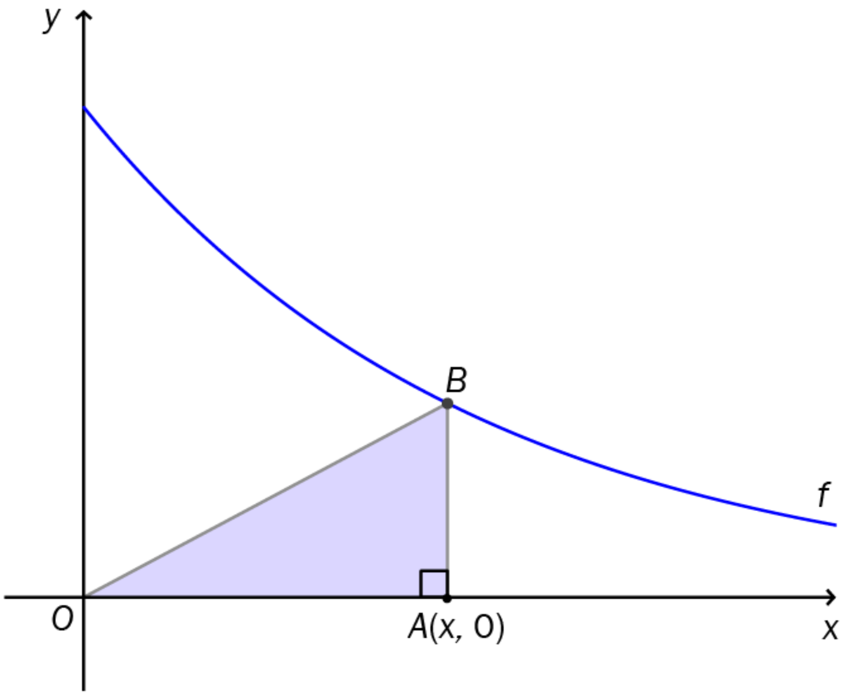
### Oppgave 6 (5 poeng)

a) Bestem en parameterframstilling for en rett linje $l$ som går gjennom punktene $E(2, 4)$ og $F(7, -1)$.

b) Bestem skjæringspunktene mellom $l$ og koordinataksene.

c) Bestem ved regning avstanden fra punktet $G(6, 3)$ til $l$.

## Oppgave 7 (6 poeng)




Figuren viser en del av grafen til funksjonen $f$ gitt ved

$$f(x) = \frac{5}{2}e^{-\frac{x}{2}} \quad , \; x > 0$$

a) Vis at arealet av $\triangle OAB$ er gitt ved

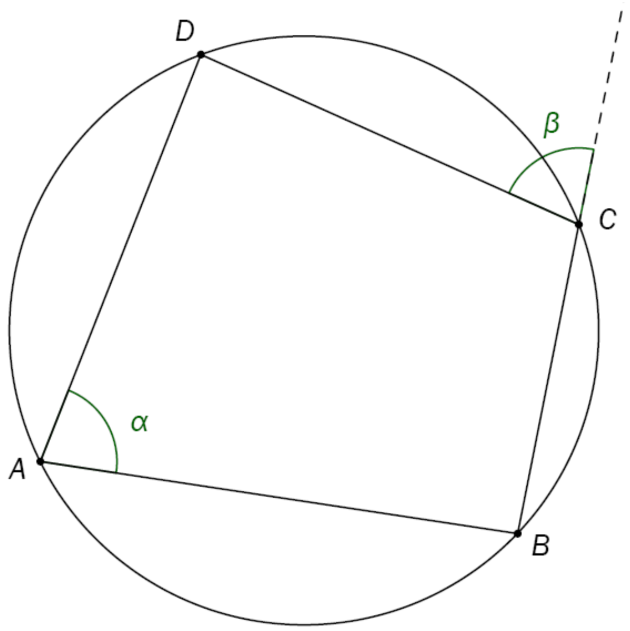
$$g(x) = \frac{5}{4}x \cdot e^{-\frac{x}{2}}$$

b) Bestem det største arealet som $\triangle OAB$ kan ha.

c) Bruk digitalt verktøy til å bestemme $x$ slik at trekanten er likebeint.

Hvor stort er arealet da?

## Oppgave 8 (5 poeng)




På skissen ovenfor er $\square ABCD$ innskrevet i en sirkel.

$\angle A = \alpha$, og nabovinkelen til $\angle C$ kalles $\beta$. Buen $BCD = x$

a) Forklar at $\alpha = \dfrac{x}{2}$

b) Forklar at $180° - \beta = \dfrac{1}{2}(360° - x)$

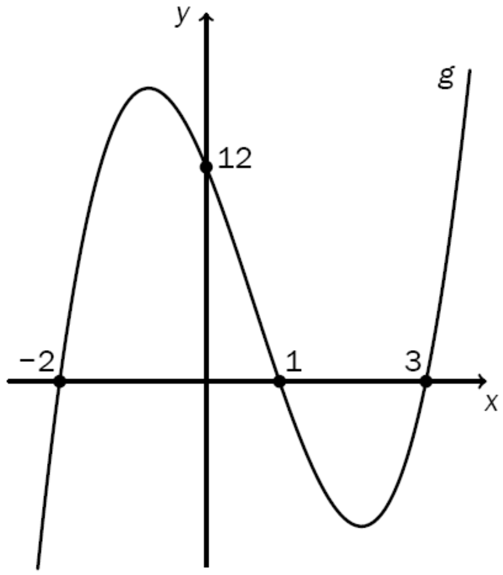
c) Vis at $\alpha = \beta$

## **Oppgave 9** (6 poeng)

a) Tegn grafen til funksjonen $f$ gitt ved

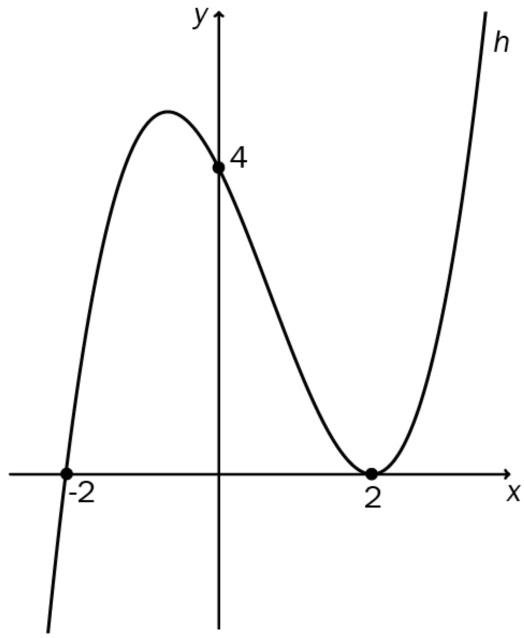
$$f(x) = 2(x+1)(x-1)(x-3)$$

b) På figur 1 er det tegnet en skisse av grafen til en annen funksjon $g$. Skriv funksjonsuttrykket $g(x)$ på samme form som i a).



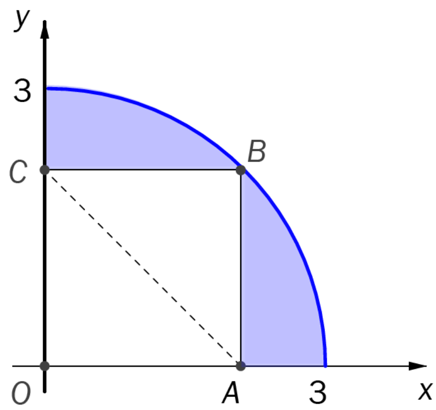
Figur 1

c) På figur 2 er det tegnet en skisse av grafen til en tredje funksjon $h$. Skriv funksjonsuttrykket $h(x)$ på samme form som ovenfor.



Figur 2

## Oppgave 10 (3 poeng)




På skissen ovenfor er det tegnet en kvartsirkel med radius 3. $\square OABC$ er et kvadrat der $A$ ligger på $x$-aksen, $B$ på kvartsirkelen og $C$ på $y$-aksen.

a) Bestem lengden til diagonalen $AC$.

b) Bestem arealet av det skraverte området.

## Oppgave 11 (5 poeng)

En skole vil arrangere aktivitetsdag. Det pleier å regne 8 % av dagene på denne tiden av året. Værmeldingen har vært korrekt 90 % av de dagene det faktisk regner. Når det har vært oppholdsvær, har meteorologene meldt regn 10 % av dagene.

Vi definerer hendelsene:

$A$: Det regner på aktivitetsdagen

$B$: Det er meldt regn på aktivitetsdagen

a) Bestem $P(A)$ og $P(\bar{A})$

b) Bestem $P(B \mid A), P(B \mid \bar{A})$ og $P(B)$

Det er meldt regn den dagen skolen ønsker å arrangere aktivitetsdag.

c) Bestem sannsynligheten for at det ikke regner denne dagen selv om det altså er meldt regn.

Schweigaards gate 15
Postboks 9359 Grønland
0135 OSLO
Telefon 23 30 12 00
www.utdanningsdirektoratet.no

Utdanningsdirektoratet