

DEL 1: Uten hjelpemidler – tid: 2 timer

Oppgave 1

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$.

- Finn eventuelle asymptoter for grafen til f .
- Finn $f'(x)$.
- Løs ulikheten ved regning.

$$f(x) < -3$$

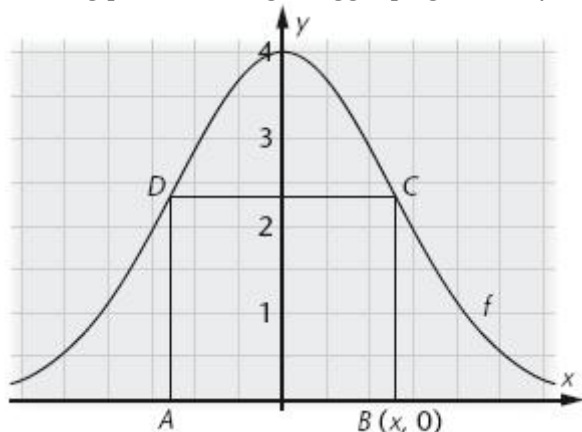
Oppgave 2

Vi har gitt funksjonen

$$f(x) = 4e^{-2x^2}$$

- Finn $f'(x)$.

Vi har tegnet grafen til f sammen med et innskrevet rektangel $ABCD$. Punktene A og B ligger på x -aksen, og punktene C og D ligger på grafen til f . Punktet B har koordinatene $(x, 0)$, der $x > 0$.



- Finn koordinatene til A , C og D uttrykt ved x .
- Vis at arealet $A(x)$ av rektangelet er

$$A(x) = 8xe^{-2x^2}$$

- Finn ved regning den verdien av x som gir størst areal.
Finn den eksakte verdien av arealet for denne x -verdien.

Oppgave 3

Polynomet $P(x)$ er gitt ved

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$$

- Vis at $P(x)$ er delelig med $2x - 1$ uten å utføre divisjonen.
- Utfør divisjonen $P(x) : (2x - 1)$, og finn alle nullpunktene til P .
- Finn likningen til tangenten til grafen til P i punktet $(0, P(0))$.

Oppgave 4

I $\triangle ABC$ setter vi $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ og $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$. La D være et punkt slik at $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\vec{a}$. Videre er E et punkt

slik at $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{3}\vec{b}$.

- Tegn en trekant ABC og plasser punktene D og E .
- Finn $\overrightarrow{CD}$ uttrykt ved $\vec{a}$ og $\vec{b}$.
- Undersøk om punktene C , D og E ligger på samme linje.

DEL 2: Med alle hjelpemidler – tid: 3 timer

Oppgave 7: Her skal du enten regne alternativ I eller alternativ II.

Oppgave 5

Sannsynligheten for at Ronny snakker sant, er 0,20. Ronny trekker tilfeldig et kort fra en godt blandet kortstokk. Søsteren Kari spør ham om kortet er en spar. Vi innfører disse hendingene.

L : Ronny lyver.

J : Ronny svarer ja på Karis spørsmål.

- a) Finn $P(L)$ og $P(L \cap J)$.
- b) Vis at $P(J) = 0,65$.
- c) Finn $P(L|J)$.
- d) Finn $P(L|\bar{J})$.

Oppgave 6

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 5x(\ln x)^2, \quad x > 0$$

- a) Finn ved regning nullpunktet til f .
- b) Vis at

$$f'(x) = 5 \ln x (\ln x + 2)$$

- c) Finn ved regning toppunktet og bunnpunktet til f .
- d) Finn $f''(x)$.
- e) Finn ved regning koordinatene til vendepunktet.
- f) Tegn grafen til f når $x \in \langle 0, 2 \rangle$.

Oppgave 7 (Alternativ I)

En vektorfunksjon er gitt ved

$$\vec{r}(t) = [t^2 - 1, t^2 - 2t - 3]$$

- a) Finn ved regning skjæringspunktene mellom grafen til $\vec{r}$ og koordinataksene.
- b) Vis ved regning at punktet $(3, -3)$ ligger på grafen til $\vec{r}$.
- c) Finn en parameterframstilling for tangenten i punktet $(3, -3)$.
- d) Undersøk om det fins en verdi av t slik at $\vec{r}'(t)$ står normalt på $\vec{r}''(t)$.
- e) Tegn en skisse av grafen til vektorfunksjonen for $t \in [-3, 4]$.

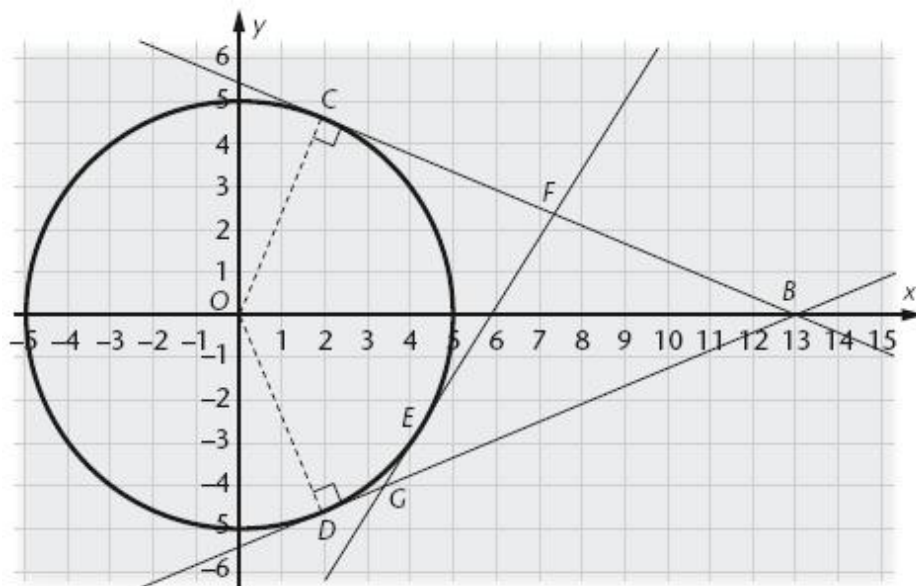
Oppgave 7 (Alternativ II)

På deler av denne oppgaven kan det være en fordel å bruke digitalt verktøy med dynamisk programvare.

Vi har gitt en sirkel med sentrum i origo og radius 5 cm. Fra punktet $B(13, 0)$ går det to tangenter til sirkelen. Tangeringspunktene er C og D .

a) Regn ut lengden av BC .

Mellom C og D er det et punkt E på sirkelen, slik figuren nedenfor viser. Tangenten til sirkelen i E skjærer de to andre tangentene i F og G .



b) Regn ut lengden av EF når punktet E ligger på x -aksen.

c) Regn ut omkretsen av trekanten GBF når E ligger på x -aksen.

d) Undersøk omkretsen av trekanten GBF når E blir flyttet langs sirkelen mellom C og D .
Før et bevis for sammenhengen mellom svarene i oppgave c og d.