

Eksempeloppgåve/ Eksempeloppgave

2009

MAT1013 Matematikk 1T

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timar Del 1 skal leverast inn etter 2 timar. Del 2 skal leverast inn seinast etter 5 timar.
Hjelpemiddel på Del 1:	Vanlege skrivesaker, passar, linjal med centimetermål og vinkelmålar.
Hjelpemiddel på Del 2:	Alle hjelpemiddel er tillatne, med unntak av Internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon.
Bruk av kjelder:	Alle kjelder som blir brukte til eksamen, skal førast opp på ein slik måte at lesaren kan finne fram til dei. Du må føre opp forfattar og heile tittelen på både lærebøker og annan litteratur. Dersom du har med deg utskrift eller sitat frå nettsider, skal du føre opp heile adressa og nedlastingsdatoen. Det er for eksempel ikkje tilstrekkeleg med www.wikipedia.no .
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Om oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, vil også ein alternativ metode kunne gi noko uttøling.
Rettleiing om vurderinga:	Poengsummen er totalt 56, men er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Det vil seie at sensor vurderer i kva grad du – viser reknedugleik og matematisk forståing – gjennomfører logiske resonnement – ser samanhengar i faget, er oppfinnsam og kan bruke fagkunnskap i nye situasjonar – kan bruke formålstenlege hjelpemiddel – vurderer om svar er rimelege – forklarar framgangsmåtar og grunngir svar – skriv oversiktleg og er nøyaktig med utrekningar, nemningar, tabellar og grafiske framstillingar

DEL 1

Utan hjelpemiddel

Oppgave 1 (22 poeng)

- a) Bruk opplysningane nedanfor til å finne ut kva éin fotball kostar, og kva éi hockeykølle kostar.



- b) Rekn ut og skriv svaret på standardform

$$6,2 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^8$$

- c) Løys likninga

$$4(x - 1) = 5 + 3x - (x - 1)$$

- d) Løys likninga og skriv svaret som eit desimaltal

$$3 \lg x = -6$$

- e) Rekn ut

$$5 - 4^2 \cdot (4 - 3)^3 \cdot 2^{-3}$$

- f) Skriv så enkelt som mogleg

$$\frac{(x + y)^2 - 4xy}{x - y}$$

- g) Løys likninga

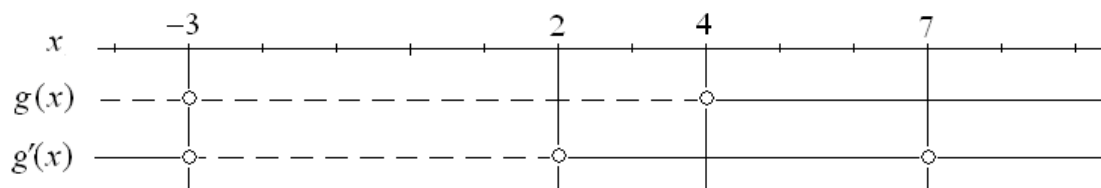
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

h) Du kastar to terningar.
Kva er sannsynet for at du får akkurat éin seksar?

i) Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$

Finn stigningstalet til tangenten til grafen til f i punktet $(1, f(1))$.

j) Gitt ein funksjon g . Fortegnet til funksjonsuttrykket og den deriverte av funksjonen varierer som vist nedanfor.



Skisser i eit koordinatsystem korleis grafen til g kan sjå ut.

k) Du får vite dette om ein trekant ABC :

- Vinkel B er 90° .
- Tangens til vinkel A er 1.

Lag ein figur og forklar korleis denne trekanten kan sjå ut.

DEL 2

Med hjelpemiddel

Oppgåve 2 (10 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

- a) Teikn grafen til f . Bruk $x \in [-10, 10]$.
- b) Finn definisjonsmengda og verdimengda til f .

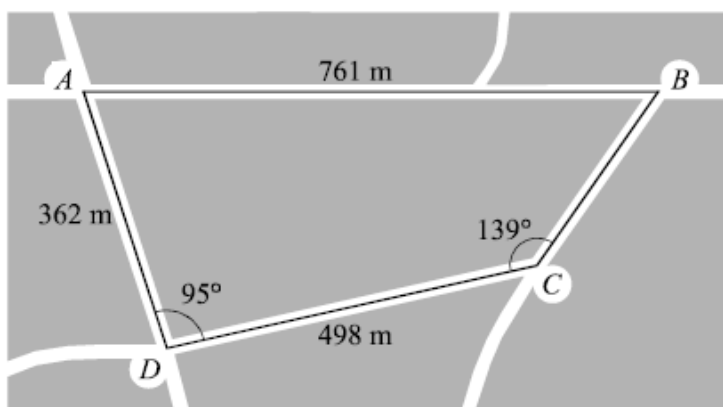
Grafen til ein lineær funksjon g går gjennom punkta $(-2, 0)$ og $(3, 5)$.

- c) Finn funksjonsuttrykket $g(x)$, og teikn grafen til g i det same koordinatsystemet som grafen til f .

Det fins fleire måtar å gå fram på for å finne løysingane av likninga $f(x) = g(x)$

- d) Bruk to ulike metodar for å finne løysingane.

Oppgave 3 (8 poeng)



Du skal vere med i eit mosjonsløp som blir arrangert av det lokale idrettslaget i bygda. På figuren ser du løypa, som følgjer omkrinsen til firkanten $ABCD$. Nokre av måla står på figuren.

- a) Vis at lengda av diagonalen AC er ca. 641 meter.
- b) Finn vinkel DCA .
- c) Finn vinkel B .
- d) Du startar i A og spring rundt løypa til du igjen er ved A . Kor langt har du sprunge?

Oppgave 4 (8 poeng)

I klasse 1A er det 30 elever. 12 av disse elevane har valt kjemi, og 21 har valt matematikk neste skoleår. 7 elever har valt begge faga.

- a) Illustrer dette med eit venndiagram.
Kor mange elever har valt verken matematikk eller kjemi?

Vi vel ut ein tilfeldig elev i klassa.

- b) Kva er sannsynet for at eleven har valt matematikk, men ikkje kjemi?

Vi vel no ut to tilfeldige elever i klassa.

- c) Kva er sannsynet for at begge har valt matematikk?

I klasse 1B er det 4 elever som har valt matematikk neste skoleår. Dersom vi vel to tilfeldige elever frå denne klassa, er sannsynet for at begge har valt matematikk 0,05.

- d) Kor mange elever er det i klasse 1B?

Oppgave 5 (8 poeng)

*I denne oppgåva skal du velje **enten** alternativ I **eller** alternativ II.
Dei to alternativa tel like mykje ved sensuren.*

Alternativ I

I denne oppgåva kan det vere ein fordel å bruke dynamisk programvare.

La funksjonen f vere gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$$

- a) Teikn grafen til f . Finn koordinatane til toppunktet og botnpunktet.
- b) Finn stigningstalet til linja l gjennom toppunktet og botnpunktet.

La m vere gjennomsnittet av x-koordinatane til toppunktet og botnpunktet.

- c) Finn stigningstalet til tangenten til grafen til f i punktet $(m, f(m))$.

Vis at forholdet mellom stigningstala til linjene l og t er $\frac{2}{3}$.

- d) Finn to andre tredjegradsfunksjonar som har både toppunkt og botnpunkt. Løys oppgåvene a), b) og c) for kvar av desse funksjonane.

Set opp ein hypotese om forholdet mellom stigningstala til linja l og tangenten t .

Alternativ II

Nedanfor har vi gitt fire oppgåver. Alle kan løysast ved hjelp av ulike metodar:

- ved rekning (løysing steg for steg)
- grafisk
- ved å nytte kommandoar på lommereknaren eller PC-en

Du skal løyse alle oppgåvene berre éin gong, men du må bruke minst to av dei tre metodane som er nemnde ovanfor.

a) Løys likningssystemet

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 7y - x = 25 \end{cases}$$

b) Løys ulikskapen

$$6x^2 - 11x + 3 \geq 0$$

c) Løys likninga

$$\lg(x-3) = 3 + \lg 2$$

d) Finn ein verdi av a slik at likninga

$$a \cdot x^2 + 3x + 1 = x - 2$$

berre har éi løysing.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid:	5 timer Del 1 skal leveres inn etter 2 timer. Del 2 skal leveres inn senest etter 5 timer.
Hjelpemidler på Del 1:	Vanlige skrivesaker, passer, linjal med centimetermål og vinkelmåler.
Hjelpemidler på Del 2:	Alle hjelpemidler er tillatt, med unntak av Internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon.
Bruk av kilder:	Alle kilder som blir brukt til eksamen, skal oppgis på en slik måte at leseren kan finne fram til dem. Du må oppgi forfatter og hele tittelen på både lærebøker og annen litteratur. Dersom du har med deg utskrift eller sitat fra nettsider, skal hele adressen og nedlastingsdato oppgis. Det er f.eks. ikke tilstrekkelig med www.wikipedia.no .
Vedlegg:	Ingen
Framgangsmåte:	Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Om oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, vil også en alternativ metode kunne gi noe uttelling.
Veiledning om vurderingen:	Poengsummen er 56, men er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering på grunnlag av Del 1 og Del 2. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad du – viser regneferdigheter og matematisk forståelse – gjennomfører logiske resonnementer – ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan ta i bruk fagkunnskap i nye situasjoner – kan bruke hensiktmessige hjelpemidler – vurderer om svar er rimelige – forklarer framgangsmåter og begrunner svar – skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger

DEL 1

Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (22 poeng)

- a) Bruk opplysningene nedenfor til å finne ut hva én fotball koster, og hva én hockeykølle koster.



- b) Regn ut og skriv svaret på standardform

$$6,2 \cdot 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^8$$

- c) Løs likningen

$$4(x - 1) = 5 + 3x - (x - 1)$$

- d) Løs likningen og skriv svaret som et desimaltall

$$3 \lg x = -6$$

- e) Regn ut

$$5 - 4^2 \cdot (4 - 3)^3 \cdot 2^{-3}$$

- f) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{(x + y)^2 - 4xy}{x - y}$$

- g) Løs likningen

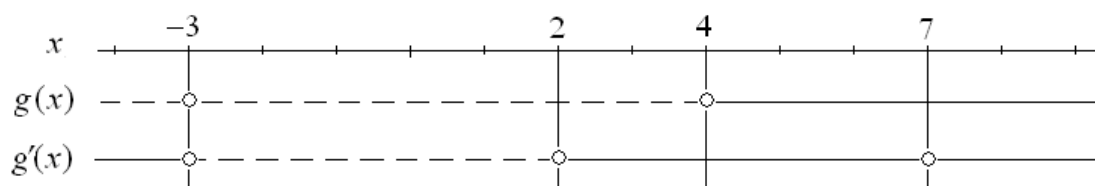
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

h) Du kaster to terninger.
Hva er sannsynligheten for at du får akkurat én sekser?

i) Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$

Finn stigningstallet til tangenten til grafen til f i punktet $(1, f(1))$.

j) Gitt en funksjon g . Fortegnet til funksjonsuttrykket og den deriverte av funksjonen varierer som vist nedenfor.



Skisser i et koordinatsystem hvordan grafen til g kan se ut.

k) Du får vite følgende om en trekant ABC :

- Vinkel B er 90° .
- Tangens til vinkel A er 1.

Lag en figur og forklar hvordan denne trekanten kan se ut.

DEL 2

Med hjelpemidler

Oppgave 2 (10 poeng)

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

- a) Tegn grafen til f . Bruk $x \in [-10, 10]$.
- b) Finn definisjonsmengden og verdimengden til f .

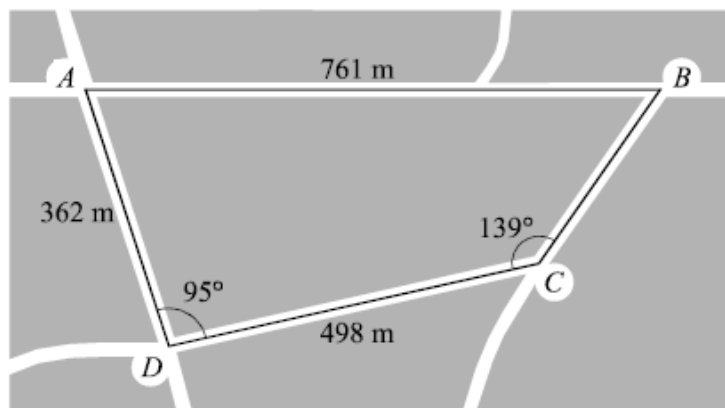
Grafen til en lineær funksjon g går gjennom punktene $(-2, 0)$ og $(3, 5)$.

- c) Finn funksjonsuttrykket $g(x)$ og tegn grafen til g i det samme koordinatsystemet som grafen til f .

Det finnes flere måter å gå fram på for å finne løsningene av likningen $f(x) = g(x)$

- d) Bruk to ulike metoder for å finne løsningene.

Oppgave 3 (8 poeng)



Du skal være med i et mosjonsløp som arrangeres av bygdas lokale idrettslag. På figuren ser du løypa, som følger omkretsen til firkanten $ABCD$. Noen av målene står på figuren.

- a) Vis at lengden av diagonalen AC er ca. 641 meter.
- b) Finn vinkel DCA .
- c) Finn vinkel B .
- d) Du starter i A og løper rundt løypa til du igjen er ved A . Hvor langt har du løpt?

Oppgave 4 (8 poeng)

I klasse 1A er det 30 elever. 12 av disse elevene har valgt kjemi, og 21 har valgt matematikk neste skoleår. 7 elever har valgt begge fagene.

- a) Illustrer dette med et venndiagram.
Hvor mange elever har verken valgt matematikk eller kjemi?

Vi velger en tilfeldig elev i klassen.

- b) Hva er sannsynligheten for at eleven har valgt matematikk, men ikke kjemi?

Vi velger nå to tilfeldige elever i klassen.

- c) Hva er sannsynligheten for at begge har valgt matematikk?

I klasse 1B er det 4 elever som har valgt matematikk neste skoleår. Dersom vi velger to tilfeldige elever fra denne klassen, er sannsynligheten for at begge har valgt matematikk 0,05.

- d) Hvor mange elever er det i klasse 1B?

Oppgave 5 (8 poeng)

*I denne oppgaven skal du velge **enten** alternativ I **eller** alternativ II.
De to alternativene teller like mye ved sensuren.*

Alternativ I

I denne oppgaven kan det være en fordel å bruke dynamisk programvare.

La funksjonen f være gitt ved

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$$

- a) Tegn grafen til f . Finn koordinatene til toppunktet og bunnpunktet.
- b) Finn stigningstallet til linjen l gjennom toppunktet og bunnpunktet.

La m være gjennomsnittet av x -koordinatene til toppunktet og bunnpunktet.

- c) Finn stigningstallet til tangenten til grafen til f i punktet $(m, f(m))$.

Vis at forholdet mellom stigningstallene til linjene l og t er $\frac{2}{3}$.

- d) Finn to andre tredjegradsfunksjoner som har både toppunkt og bunnpunkt. Løs oppgavene a), b) og c) for hver av disse funksjonene.

Sett opp en hypotese om forholdet mellom stigningstallene til linjen l og tangenten t .

Alternativ II

Nedenfor har vi gitt fire oppgaver. Alle kan løses ved hjelp av ulike metoder:

- ved regning (løsning trinn for trinn)
- grafisk
- ved å benytte kommandoer på lommeregneren eller PC-en din

Du skal løse alle oppgavene bare én gang, men du må benytte deg av minst to av de tre metodene som er nevnt ovenfor.

a) Løs likningssystemet

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 7y - x = 25 \end{cases}$$

b) Løs ulikheten

$$6x^2 - 11x + 3 \geq 0$$

c) Løs likningen

$$\lg(x-3) = 3 + \lg 2$$

d) Finn en verdi av a slik at likningen

$$a \cdot x^2 + 3x + 1 = x - 2$$

bare har én løsning.