

Matematikk R1

Grunnbok

Kapittel 3 – Sannsynlighet

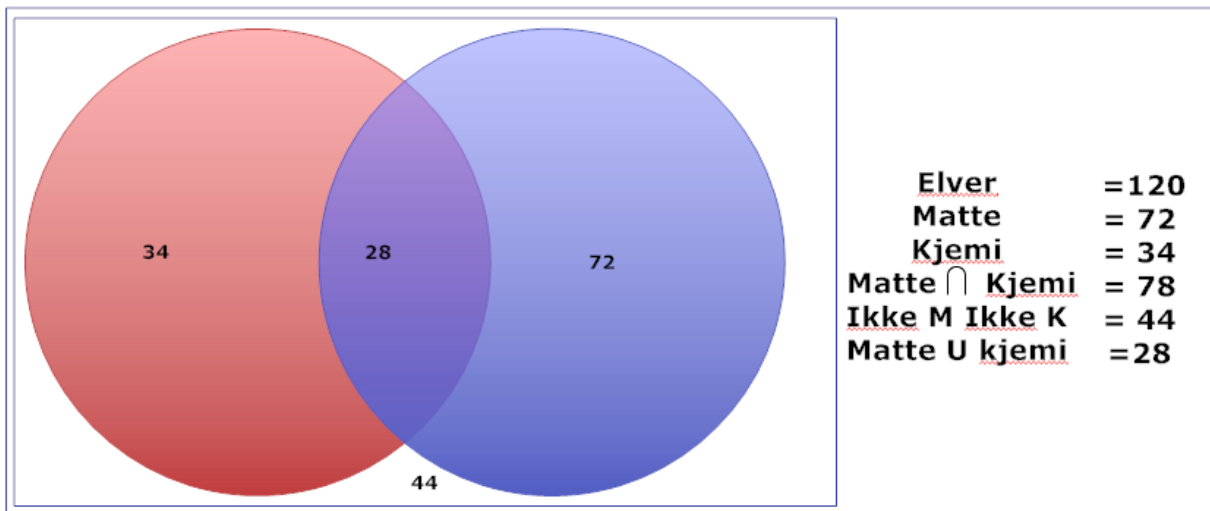
3.1	-	Betinget sannsynlighet	2 – 7
3.2	-	Total sannsynlighet	8 – 12
3.3	-	Bayes-setningen	13 – 17
3.4	-	Uavhengige hendinger	18 – 23
3.5	-	Ordnete utvalg	24 – 26
3.6	-	Uordnete utvalg	27 – 29
3.7	-	Binomiske forsøk	30 – 37
3.8	-	Hypergeometriske forsøk	38 – 50

3.1 Betinget sannsynlighet

Oppgave 3.10

På en skole er det 120 elever på vg2. 72 har valgt matematikk faget R1, og 34 har valgt kjemi. Blant de 72 som har valgt R1, er det 28 som har valgt kjemi. Vi trekker tilfeldig en elev og innfører hendingene.

R: Eleven har valgt matte K: Eleven har valgt kjemi



Finn $P(R)$

$$P(R) = \frac{72}{120}$$

$$P(R) = \frac{3}{5}$$

Finn $P(R|K)$

$$P(R|K) = \frac{28}{34}$$

$$P(R|K) = \frac{14}{17}$$

Finn $P(R \cap K)$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$$

$$P(R \cap K) = P(R) \cdot P(K | R)$$

$$P(R \cap K) = \frac{3}{5} \cdot \frac{28}{72}$$

$$P(R \cap K) = \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{18}$$

$$P(R \cap K) = \frac{21}{90}$$

$$P(R \cap K) = \frac{7}{30}$$

Finn $P(K|R)$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(K|R) = \frac{P(R \cap K)}{P(R)}$$

$$P(K|R) = \left(\frac{7}{30}\right) : \frac{3}{5}$$

$$P(K|R) = \left(\frac{7}{30}\right) \cdot \frac{5}{3}$$

$$P(K|R) = \left(\frac{7}{6}\right) \cdot \frac{1}{3}$$

$$P(K|R) = \frac{7}{18}$$

Oppgave 3.11

For en tilfeldig valgt familie med to barn har vi definert disse hendingsene

A: Ett barn er jente, og ett barn er gutt.

B: Det eldste barnet er en gutt

C: Minst et av barna er gutt

Regn ut $P(A)$

$$P(A) = \frac{P(\text{Gutt}), P(\text{Jente}) + P(\text{Jente}), P(\text{Gutt})}{P(\text{Gutt}), P(\text{Jente}) + P(\text{Jente}), P(\text{Gutt}) + P(\text{Gutt}), P(\text{Gutt}) + P(\text{Jente}), P(\text{Jente})}$$

$$P(A) = \frac{2}{4}$$

$$P(A) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Regn ut $P(B)$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P(B) = 1 - \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Regn ut $P(C)$

$$P(C) = 1 - P(\bar{C})$$

$$P(\bar{C}) = 1 - P(\overline{\text{Gutt}}) \cdot P(\overline{\text{Jente}})$$

$$P(C) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P(C) = 1 - \frac{1}{4}$$

$$P(C) = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

$$P(A|C) =$$

$P(C) = \text{Gutt og Gutt, Gutt og jente, Jente og Gutt}$

$$P(A|C) = \frac{\text{Gutt og jente eller Jente og Gutt}}{\text{Gutt og Gutt, Gutt og jente, Jente og Gutt}}$$

$$\underline{\underline{P(A|C) = \frac{2}{3}}}$$

Oppgave 3.12

Arne og bent er sammboere. Sannsynligheten for at Berit er borte fra skolen en tilfeldig valgt dag er 0.1. Sannsynligheten for at begge to er borte fra skolen er 0.06. Finn sannsynligheten for at Arne er borte fra skolen når vi vet at Berit er borte.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{0.06}{0.1}$$

$$P(A|B) = 0.6$$

Sannsynligheten for at Arne er borte når vi vet at Berit er borte er 0.6

Regn ut $P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2}$$

$$P(A|B) = \left(\frac{1}{4}\right) : \frac{1}{2}$$

$$P(A|B) = \left(\frac{1}{4}\right) : \frac{2}{1}$$

$$P(A|B) = \frac{2}{4}$$

$$P(A|B) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

Oppgave 3.13

Martin og Ida trekker hvert sitt kort fra en kortstokk.

Finn sannsynligheten for at begge trekker honnørkort

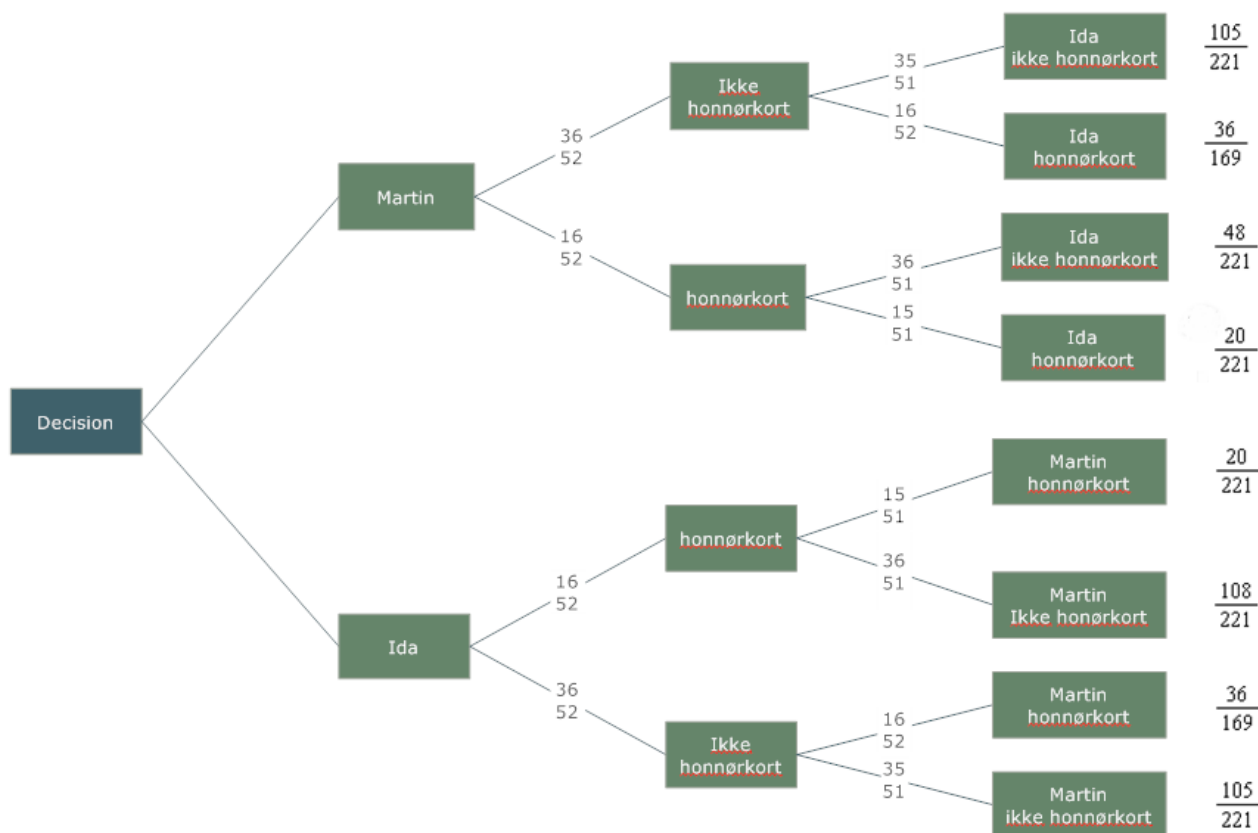
(Ess, konge, dame, knekt)

$$P(\text{Martin}) \cdot P(\text{Ida}) = \frac{16}{52} \cdot \frac{15}{51}$$

$$P(\text{Martin}) \cdot P(\text{Ida}) = \frac{240}{2652}$$

$$P(\text{Martin}) \cdot P(\text{Ida}) = \frac{20}{211}$$

Sannsynligheten for at både martin og ida trekker honnørkort er $\frac{20}{211} \approx 0,09478$



Oppgave 3.14

I et idretslag er 30% av medlemmene håndballspillere.

En dag bruker 4% av medlemmene krykker. Blant

Håndballspillerene er det 10% som bruker krykker

Vi trekker tilfeldig en person fra idretslaget.

- a)** Finn sannsynligheten for at personen er en håndballspiller som bruker krykker

$$P(H) = P(A) \cdot P(B | A)$$

$$P(H) = \frac{30}{100} \cdot \frac{1}{10}$$

$$P(H) = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{10}$$

$$P(H) = \frac{3}{100}$$

Sannsynligheten for at personen er en håndballspiller som bruker krykker er $\frac{3}{100} = 0.03$

- b)** Finn sannsynligheten for at personen er håndballspiller når vi vet at personen bruker krykker

$$P(H | K) = \frac{P(H \cap K)}{P(K)}$$

$$P(H | K) = \frac{P(H) \cdot P(K | H)}{P(K)}$$

$$P(H | K) = \frac{0.3 \cdot 0.1}{0.04}$$

$$P(H | K) = \frac{0.03}{0.04}$$

$$P(H | K) = \frac{3}{4} = 0.75 = 75\%$$

Sannsynligheten for at en person er håndballspiller gitt krykker er 0.75

Oppgave 3.15

I Trangedal er sannsynligheten for at sola skinner en tilfeldig dag i juli

lik 0.45. Sannsynligheten for at temperaturen er over 25 °C, er 0.25.

Hvis sola skinner, er sannsynligheten for at temperaturen er over 25 lik 0.50.

a) Finn sannsynligheten for at det en tilfeldig dag i juni er solskinn og over 25 °C.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$$

$$P(S \cap T) = P(S) \cdot P(T | S)$$

$$P(S \cap T) = 0.45 \cdot 0.50$$

$$P(S \cap T) = 0.225 = 22.5\% = \frac{9}{40}$$

Sannsynligheten for at den er sol og over 25 °C en tilfeldig dag er 0.225

b) Finn sannsynligheten for at sola skinner en dag når temperaturen er over 25 °C.

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(S | ^\circ\text{C}) = \frac{P(S \cap ^\circ\text{C})}{P(^{\circ}\text{C})}$$

$$P(S | ^\circ\text{C}) = \frac{0.225}{0.25}$$

$$P(S | ^\circ\text{C}) = 0.90 = 90\% = \frac{9}{10}$$

Sannsynligheten for at solen skinner når temperaturen er over 25°C er 0.90

3.2 – Total sannsynlighet

Oppgave 3.20

På en skole er 40% av elevene jenter

20% av jentene får 5 eller 6 i matematikk

15% av guttene får 5 eller 6.

$M = 5$ eller 6 i matte

J = jente

G = gutt

Hvor mange prosent av elevene får 5 eller 6 i matte ?

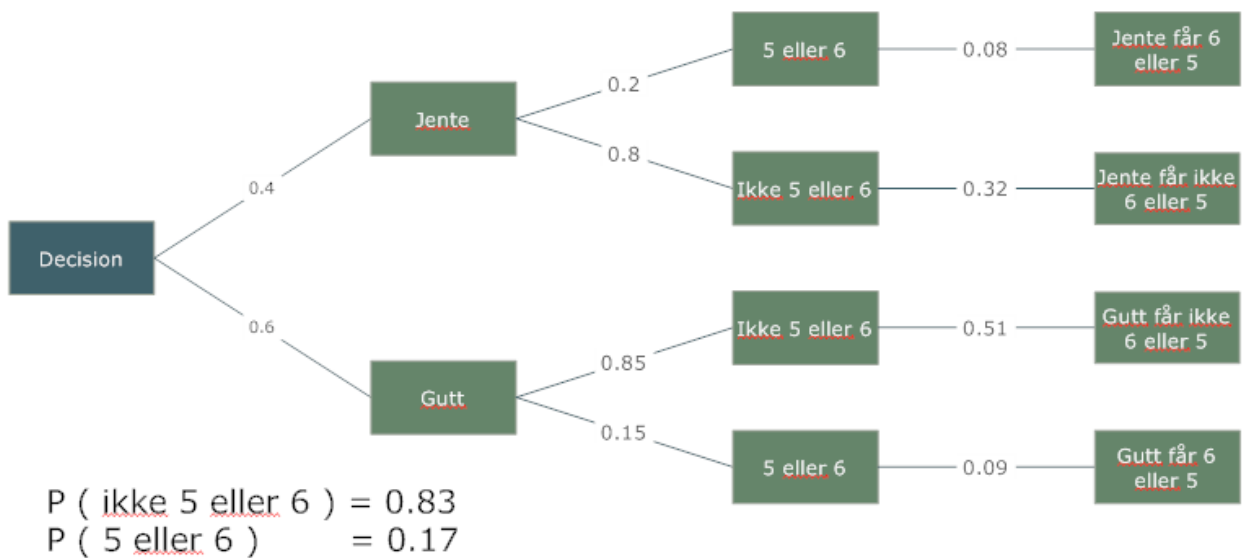
$$P(M) = P(J) \cdot P(M | J) + P(G) \cdot P(M | G)$$

$$P(M) = 0.4 \cdot 0.2 + 0.6 \cdot 0.15$$

$$P(M) = 0.08 + 0.09$$

$$P(M) = 0.17$$

17% av elevene får 5 eller 6 i matte



Oppgave 3.21

I et området er $\frac{1}{5}$ av befolkningen vaksinert mot en sykdom.

Blant de vaksinerte er sannsynligheten $\frac{1}{50}$ for at en tilfeldig person får sykdommen.

Blant dem som ikke er vaksinert, er sannsynligheten $\frac{1}{10}$.

Finn sannsynligheten for at en tilfeldig person får sykdommen

$$P(S) = P(V) \cdot P(S|V) + P(\bar{V}) \cdot P(S|\bar{V})$$

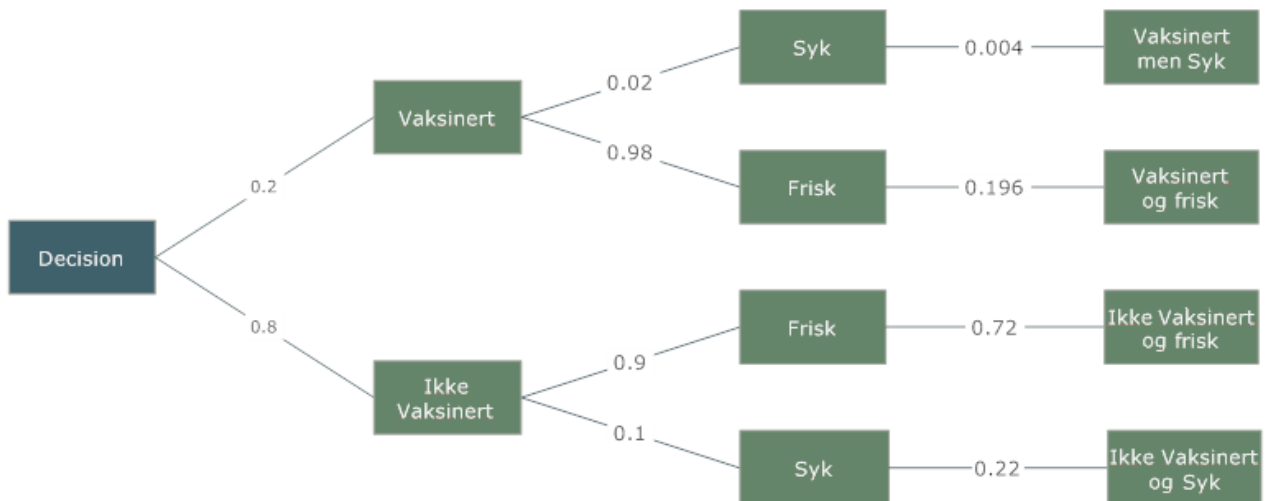
$$P(S) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{50} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{10}$$

$$P(S) = \frac{1}{250} + \frac{4}{50}$$

$$P(S) = \frac{1}{250} + \frac{20}{250}$$

$$P(S) = \frac{21}{250} = 0.084$$

Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person er syk er 0.084



$$P(\text{Syk}) = 0.084$$

$$P(\text{Frisk}) = 0.916$$

Oppgave 3.22

La oss tenke oss at $\frac{1}{100}$ av alle bilister på en vei kjører med promille.

Blant disse er det $\frac{1}{5}$ som kjører over 100 km/h . Blant de andre er det $\frac{1}{25}$ som

Kjører over 100 km/h .

Hvor stor andel av bilistene kjører over 100 km/h .

$$P(F) = P(A) \cdot (F | A) + P(\bar{A}) \cdot (F | \bar{A})$$

$$P(F) = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{5} + \frac{99}{100} \cdot \frac{1}{25}$$

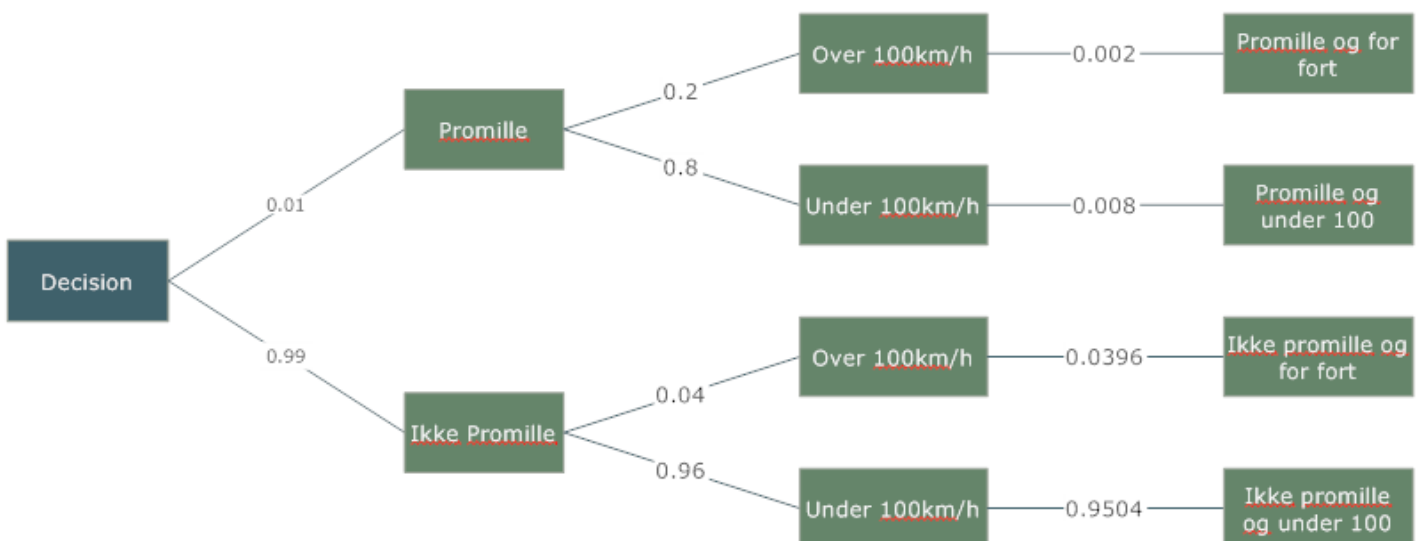
$$P(F) = \frac{1}{500} + \frac{99}{2500}$$

$$P(F) = \frac{5}{2500} + \frac{99}{2500}$$

$$P(F) = \frac{104}{2500}$$

$$P(F) = \frac{26}{625} = 0.0416 = 4.16\%$$

Sannsynligheten for at en bilist kjører for fort er $\frac{26}{625}$



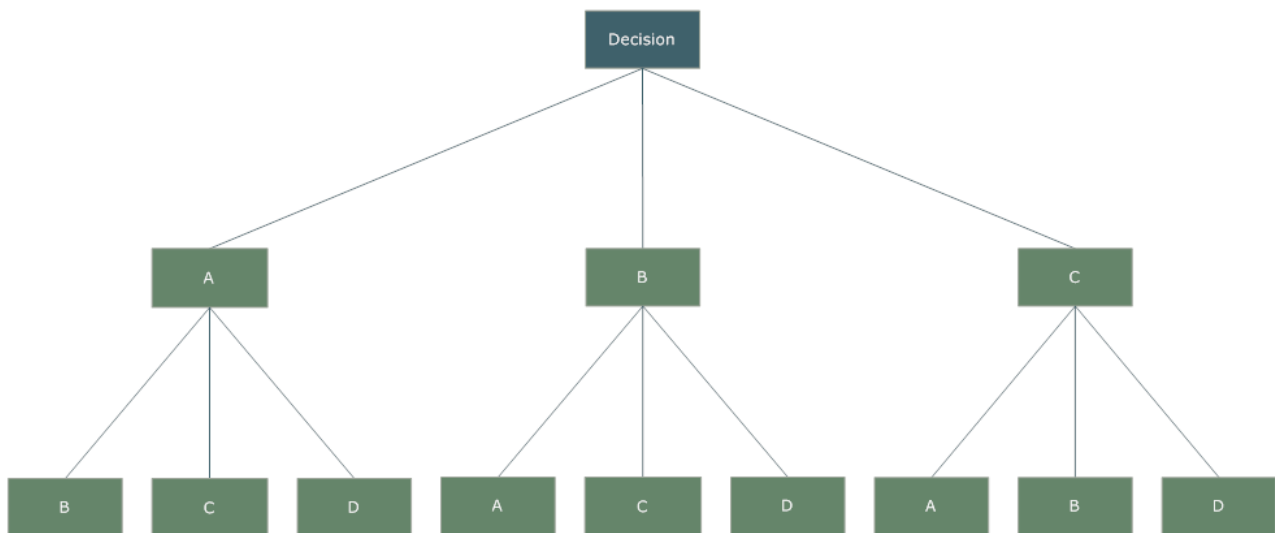
Under $100 \text{ km/h} = 0.0416$
Over $100 \text{ km/h} = 0.9624$

Oppgave 3.23

La A, B og C være tre hendinger som omfatter alle de mulige utfallene i et forsøk.

La D være en vilkårlig hending i forsøket vis at

$$P(D) = P(A) \cdot P(D | A) + P(B) \cdot P(D | B) + P(C) \cdot P(D | C)$$



$$\begin{aligned} D &= P(A) * (D | A) \\ &+ P(B) * (D | B) \\ &+ P(C) * (D | C) \end{aligned}$$

Oppgave 3.23

I et medisinsk forsøk for halvparten av pasientene tabletter med virkestoff *A* en tredjedel får tabletter med virkestoff *B*, og resten får tabletter uten virkestoff.

Det viser seg at 40% av pasientene som får virkestoff *A* blir friske

25% av dem som får virkestoff *B* blir friske. Av dem uten virkestoff blir 20% friske.

Hvor stor del av pasientene blir friske ?

$$P(F) = P(A) \cdot P(F | A) + P(B) \cdot P(F | B) + P(C) \cdot P(F | C)$$

$$P(F) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5}$$

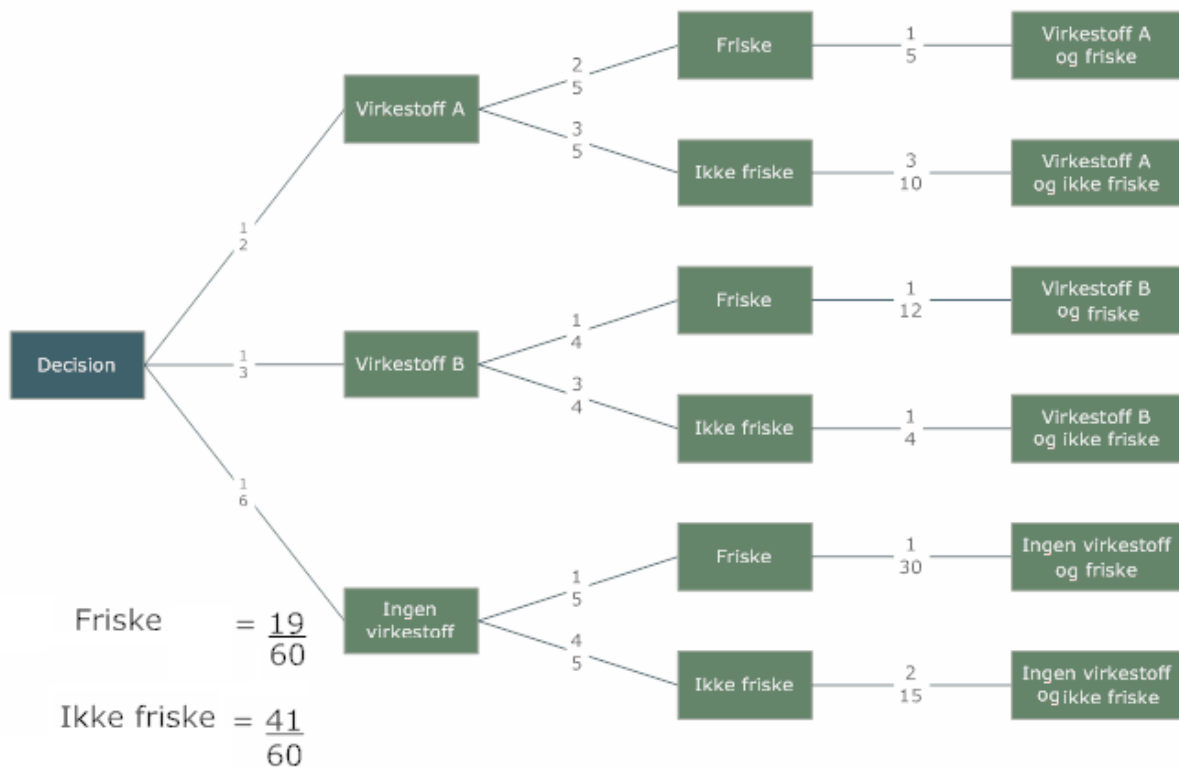
$$P(F) = \frac{2}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30}$$

$$P(F) = \frac{1}{5} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30}$$

$$P(F) = \frac{12}{60} + \frac{5}{60} + \frac{2}{60}$$

$$P(F) = \frac{19}{60} \approx 0.3166\dots$$

Andelen av pasienter som blir friske er $\frac{19}{60}$



3.3 – Bayes-setningen

Oppgave 3.30

Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person har sykdom A, er 0.04.

Sannsynligheten for at en person har sykdom B, er 0.05.

Sannsynligheten for at en person som har sykdom B, også har sykdom A, er 0.20.

a) Finn sannsynligheten for at person som har sykdom A, også har sykdom B.

$$P(B|A) = \frac{(B) \cdot (A|B)}{(A)}$$

$$P(B|A) = \frac{0.05 \cdot 0.20}{0.04}$$

$$P(B|A) = \frac{0.01}{0.04}$$

$$P(B|A) = 0.25$$

Sannsynligheten for at en person som har sykdom A også har sykdom B er 0.25.

b) Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt person har begge sykdommene

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(A \cap B) = 0.04 \cdot 0.25$$

$$P(A \cap B) = 0.01$$

Sannsynligheten for at en person har begge sykdommene er 0.01

Oppgave 3.31

Frida Ford har to gamle biler som det er vanskelig å starte i kaldt eller fuktig vær.

Sannsynligheten for at den første bilen ikke starter på en tilfeldig valgt dag er 0.15.

Sannsynligheten for at den andre ikke starter, er 0,20.

Sannsynligheten for at den første ikke starter når den andre ikke starter er 0.60.

$$P(A) = 0.15$$

$$P(B) = 0.20$$

$$P(A|B) = 0.60$$

a) Finn sannsynligheten for at den andre bilen ikke starter når den første ikke starter.

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$$

$$P(B|A) = \frac{0.20 \cdot 0.60}{0.15}$$

$$P(B|A) = \frac{0.12}{0.15}$$

$$P(B|A) = 0.80$$

Sannsynligheten for at den andre ikke starter når den første ikke starter er 0.80

b) Finn sannsynligheten for at ingen av bilene starter.

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

$$P(A \cap B) = 0.20 \cdot 0.60$$

$$P(A \cap B) = 0.12$$

Sannsynligheten for at ingen av bilene starter er 0.12

Oppgave 3.32

Et politikammer har funnet ut at på en veistrkning er sannsynligheten 0.20 for at en tilfeldig valgt bilist kjører over 90 km/h. Sannsynligheten er 0.4 for at en bilist er påvirket av alkohol, narkotika eller medisin.

Sannsynligheten for at en persom som kjører for fort, er påvirket av narkotika er 0.10.

$$P(A) = 0.20$$

$$P(B) = 0.4$$

$$P(B | A) = 0.1$$

a) Finn sannsynligheten for at en persom som er påvirket, også kjører for fort.

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}$$

$$P(B | A) = \frac{0.4 \cdot 0.1}{0.20}$$

$$P(B | A) = \frac{0.04}{0.20}$$

$$P(B | A) = 0.2$$

Sannsynligheten for at en person som er påvirket også kjører for fort er 0.2

b) Finn sannsynligheten for at en tilfeldig bilist både kjører for fort og er påvirket.

$$P(A \cap B) = P(A | B) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0.4 \cdot 0.1$$

$$P(A \cap B) = 0.04$$

Sannsynligheten for at en tilfeldig bilist både kjører for fort og er påvirket er 0.04

Oppgave 3.33

På en skole er det 60% jenter og 40% gutter.

Blant jentene er det 8% som har hatt kyssesyke.

blant guttene har 6% som har hatt kyssesyken. 12% av alle elevene på skolen har mer enn 10 dagers fravær. Blant dem som har hatt kyssesyke så er det 60% som har hatt mer enn 10 dagers fravær.

a) Finn sannsynligheten for at en tilfeldig elev har kyssesyken

$$P(K) = \frac{6}{10} \cdot \frac{8}{100} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{100}$$

$$P(K) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{25} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{50}$$

$$P(K) = \frac{6}{125} + \frac{6}{250}$$

$$P(K) = \frac{6}{125} + \frac{3}{125}$$

$$P(K) = \frac{9}{125}$$

$$P(K) = 0.072$$

Sannsynligheten for at en elev har kyssesyken er 0.072

b) Finn sannsynligheten for at en elev har hatt kyssesyke når vi vet at eleven har hatt mer enn ti dagers fravær.

$$P(K|F) = \frac{P(K) \cdot P(F|K)}{P(F)}$$

$$P(K|F) = \frac{\frac{9}{125} \cdot \frac{60}{100}}{\frac{12}{100}}$$

$$P(K|F) = \left(\frac{9}{125} \cdot \frac{3}{5} \right) : \frac{3}{25}$$

$$P(K|F) = \left(\frac{27}{625} \right) \cdot \frac{25}{3}$$

$$P(K|F) = \left(\frac{9}{25} \right) \cdot \frac{1}{1}$$

$$P(K|F) = \frac{9}{25}$$

$$P(K|F) = 0.36$$

Sannsynligheten for at en elev har som

har hatt mer enn 10 dagers fravær har kyssesyken er 0.36

Oppgave 3.34

I denne oppgaven kan du bruke formelen i oppgave 3.23

På et tidspunkt blir alle heroinbrukere i et samfunn registrert.

$\frac{1}{3}$ får behandling med metadon, $\frac{1}{4}$ får behandling uten metadon, og resten

får ingen behandling. Blant dem som fikk metadonbehandling, er $\frac{3}{4}$ stoffri

etter 1 år. Av dem som fikk behandling uten metadon er $\frac{2}{5}$ stoffri.

Av dem som ikke fikk behandling er det $\frac{1}{10}$ som ikke bruker heroin etter et år.

a) Hvor stor del av alle brukerne er stoffrie etter et år ?

$$P(F) = P(A) \cdot P(F | A) + P(B) \cdot P(F | B) + P(C) \cdot P(F | C)$$

$$P(F) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{10}$$

$$P(F) = \frac{3}{12} + \frac{2}{20} + \frac{5}{120}$$

$$P(F) = \frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{1}{24}$$

$$P(F) = \frac{30}{120} + \frac{12}{120} + \frac{5}{120}$$

$$P(F) = \frac{47}{120}$$

Andelen av heroinbrukere som er stoffri etter et år er $\frac{47}{120}$

b) Hvor stor er sannsynligheten for at en person har fått metadon

hvis vi vet at han er blitt stoffri i løpet av et år ?

$$P(M | F) = \frac{P(M) \cdot P(F | M)}{P(F)}$$

$$P(M | F) = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{47}{120}$$

$$P(M | F) = \left(\frac{3}{12} \right) \cdot \frac{120}{47}$$

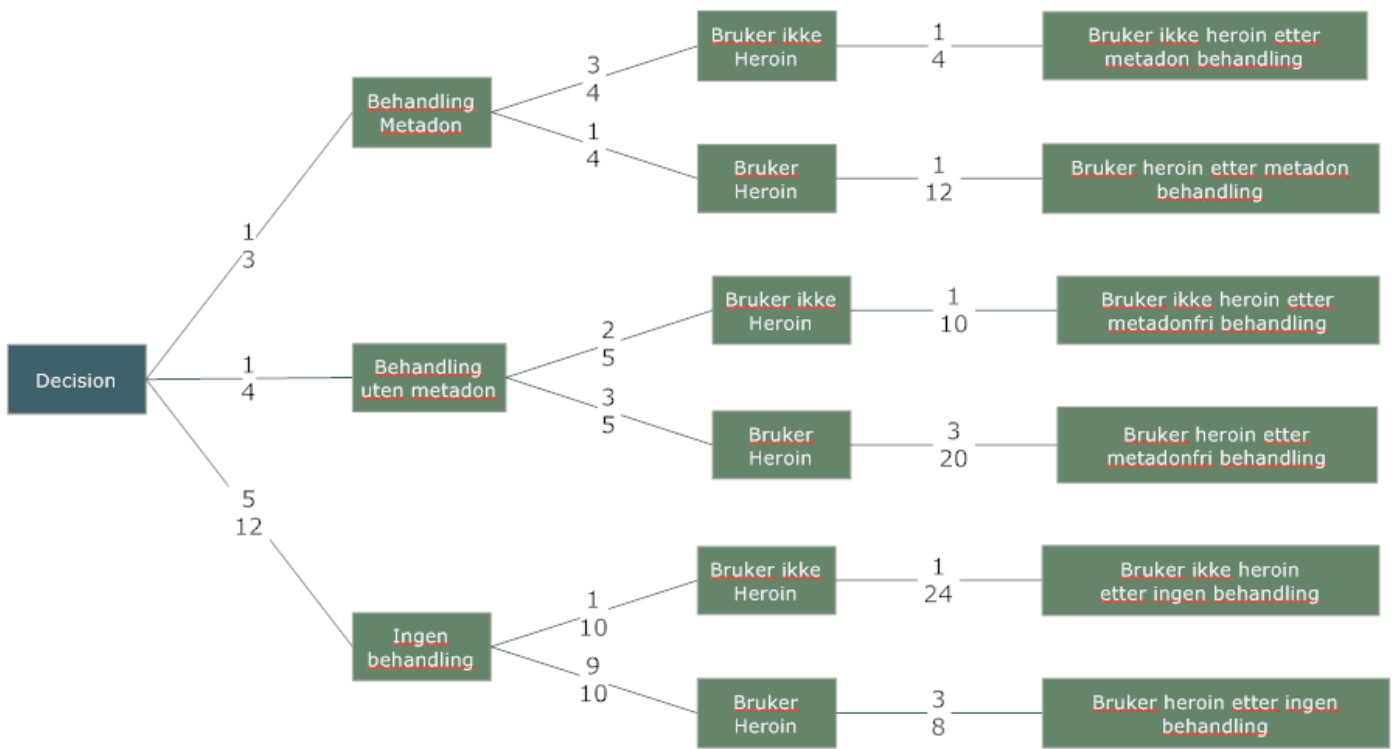
$$P(M | F) = \left(\frac{1}{4} \right) \cdot \frac{120}{47}$$

$$P(M | F) = \left(\frac{1}{1} \right) \cdot \frac{30}{47}$$

$$P(M | F) = \frac{30}{47}$$

Sannsynligheten for at en person som er stoffri etter et år

har fått metadon behandling er $\frac{30}{47}$



Ikke bruker heroin = $\frac{47}{120}$

Bruker fremdeles heroin = $\frac{73}{120}$

3.4 - Uavhengige hendinger

Oppgave 3.40

Vi trekker et kort fra en vanlig kortstokk og definerer hendingene

A : Kortet er en spar

B : Kortet er et honnørkort

Undersøk om A og B er uavhengige hendinger.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$$

$$P(A \cap B) = \frac{13}{52} \cdot \frac{4}{13}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{13}$$

$$P(A \cap B) = \frac{4}{52}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{13}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{13}{52} \cdot \frac{16}{52}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{13}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{13}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{13}$$

Hending A og hending B er uavhengige hendinger

Oppgave 3.41

For to uavhengige hendinger A og B er $P(A) = 0.1$ og $P(B) = 0.2$.

Finn $P(A | B)$

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(B)}$$

$$P(A | B) = \frac{0.1 \cdot 0.2}{0.2}$$

$$P(A | B) = \frac{0.02}{0.2}$$

$$\underline{\underline{P(A | B) = 0.1}}$$

Finn $P(B | A)$

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}$$

$$P(B | A) = \frac{0.2 \cdot 0.1}{0.1}$$

$$P(B | A) = \frac{0.02}{0.1}$$

$$\underline{\underline{P(B | A) = 0.2}}$$

Finn $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0.1 \cdot 0.2$$

$$\underline{\underline{P(A \cap B) = 0.02}}$$

Oppgave 3.42

Peder ås kan ta buss eller tog når han skal på jobb. Sannsynligheten for at bussen er forsinket er 0.15. Sannsynligheten for at toget er forsinket er 0.16. Sannsynligheten for at både bussen og toget er forsinket er 0.024.

Er bussen og toget forsinket uavhengig av hverandre ?

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0.15 \cdot 0.16$$

$$P(A \cap B) = 0.024$$

Bussen og toget er forsinket uavhengig av hverandre.

Oppgave 3.43

I et samfunn er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt gift mann har vært utro lik 0.4.

Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt dame er 0.25.

Sannsynligheten for at begge gar vært utro er 0.2.

Er mannen og kona utro uavhengig av hverandre i dette samfunnet ?

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0.4 \cdot 0.25$$

$$P(A \cap B) = 0.1$$

Mannen og kona er ikke utro uavhengig av hverandre i dette samfunnet.

Oppgave 3.44

En turoperatør arrangerer turer til fjernistan. På disse turene er sannsynligheten

$\frac{1}{5}$ for å bli syk og sannsynligheten er $\frac{1}{6}$ for å bli ranet. Sannsynligheten for å bli

både syk og ranet er $\frac{1}{25}$.

a) Finn sannsynligheten for at en person som blir ranet, også blir syk.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(S|R) = \frac{P(S) \cdot P(R|S)}{P(S)}$$

$$P(S|R) = \frac{1}{25} : \frac{1}{5}$$

$$P(S|R) = \frac{1}{25} \cdot \frac{5}{1}$$

$$P(S|R) = \frac{1}{5}$$

Sannsynligheten for å bli syk når man har blitt ranet er $\frac{1}{5}$

b) Finn sannsynligheten for at en person som er blitt ranet, også blir syk.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(R|S) = \frac{P(S) \cdot P(S|R)}{P(R)}$$

$$P(R|S) = \frac{1}{25} : \frac{1}{6}$$

$$P(R|S) = \frac{1}{25} \cdot \frac{6}{1}$$

$$P(R|S) = \frac{6}{25}$$

$$P(R|S) = \frac{6}{25}$$

Sannsynligheten for å bli ranet når man er syk er $\frac{6}{25}$

c) Er det å bli ranet og det å bli syk uavhengige hendelser ?

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

Sannsynligheten for å bli ranet og å bli syk er ikke uavhengige hendelser

Oppgave 3.45

Et ektepar har fire barn. Sannsynligheten for å få gutt er 0.513.

a) Finn sannsynligheten for at de har 4 gutter

$$P(G) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(G) \cdot 4 = \binom{4}{4} \cdot 0.513^4 \cdot 0.487^{4-4}$$

$$P(G) \cdot 4 = 1 \cdot 0.513^4 \cdot 1$$

$$= 0.0692579$$

Sannsynligheten for at de har 4 gutter er 0.069

b) Finn sannsynligheten for at de har 3 gutter og ei jente.

$$= \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(3G \cup 1J) = \binom{4}{3} 0.513^3 \cdot 0.487^{4-3}$$

$$P(3G \cup 1J) = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 0.513^3 \cdot 0.487^1$$

$$P(3G \cup 1J) = 4 \cdot 0.513^3 \cdot 0.487$$

$$P(3G \cup 1J) = 4 \cdot 0.513^3 \cdot 0.487$$

$$P(3G \cup 1J) = 0.262991$$

Sannsynligheten for å få 3 gutter og 1 jente er 0.263

Oppgave 3.46

Helge Heldig kjøper lodd i tre forskjellige lotteri. Sannsynligheten for å vinne i det første lotteriet er 0.2. Sannsynligheten for å vinne i det andre lotteriet er 0.15. Sannsynligheten for å vinne i det tredje lotteriet er 0.1.

a) Hva er sannsynligheten for at helge vinner på alle loddene ?

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

$$P(A \cap B \cap C) = 0.2 \cdot 0.15 \cdot 0.1$$

$$P(A \cap B \cap C) = 0.003$$

Sannsynligheten for at helge heldig vinner på alle loddene er 0.003

b) Hva er sannsynligheten for at helge ikke vinner på noe lodd

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C})$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 0.8 \cdot 0.85 \cdot 0.9$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 0.612$$

Sannsynligheten for at helge ikke vinner på noen av loddene er 0.612

c) Finn sannsynligheten for at helge vinner på minst et lodd.

$$P(V \geq) = P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$$

$$P(\bar{A} \cap B \cap C) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(V \geq) = (0.2 \cdot 0.85 \cdot 0.9) + (0.8 \cdot 0.15 \cdot 0.9) + (0.8 \cdot 0.85 \cdot 0.1)$$

$$(0.8 \cdot 0.15 \cdot 0.1) + (0.2 \cdot 0.85 \cdot 0.1) + (0.2 \cdot 0.15 \cdot 0.9) + (0.2 \cdot 0.15 \cdot 0.1)$$

$$P(V \geq) = (0.153) + (0.108) + (0.068) + (0.012) + (0.017) + (0.027) + (0.03)$$

$$P(V \geq) = 0.388$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P(V \geq) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C})$$

$$P(V \geq) = 1 - 0.612$$

$$P(V \geq) = 0.388$$

Sannsynligheten for å vinne på minst et av lodene er 0.388

d) Finn sannsynligheten for at han vinner på nøyaktig et lodd.

$$P(A \vee B \vee C) = P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$$

$$P(A \vee B \vee C) = (0.2 \cdot 0.85 \cdot 0.9) + (0.8 \cdot 0.15 \cdot 0.9) + (0.8 \cdot 0.85 \cdot 0.1)$$

$$P(A \vee B \vee C) = (0.153) + (0.108) + (0.068)$$

$$P(A \vee B \vee C) = 0.329$$

Sannsynligheten for at han vinner på akkurat et lodd er 0.329

3.5 Ordnete utvalg

Oppgave 3.50

Petter har fem bukser, fire skjorter og tre jakker. Han skal velge antrekk som består av ei bukse, ei skjorte, og ei jakke.

Hvor mange mer eller mindre smakfulle antrekk kan han sette sammen ?

$$K = 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$K = 60$$

Petter kan sette sammen 60 mer eller mindre smakfulle antrekk

Oppgave 3.51

Hvor mange koder med 5 bokstaver kan vi sette sammen av bokstavene A, B, C, D, E, F ?

Hver bokstav kan gjerne bli benyttet flere ganger.

$$K = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$$

$$K = 7776$$

Vi kan lage 7776 koder med 5 bokstaver.

Oppgave 3.52

Hvor mange tall mellom 0 og 100 inneholder bare sifrene 1, 3 og 5 ?

1, 3, 5, 11, 13, 15, 31, 33, 35, 51, 53, 55

Det er 12 tall mellom 0 og 100 inneholder bare tallene 1 3 og 5

Hvor mange tall mellom 0 og 100 inneholder bare sifrene 1, 3 og 5 ?

111 113 115 131 133 135 151 153 155

311 313 315 331 333 335 351 353 355 = 27

511 513 515 531 533 535 551 553 555

$$K = (1-100) + (101-1000)$$

$$K = 12 + 27$$

$$K = 39$$

Antall tall mellom 0 og 1000 som bare inneholder sifrene 1, 3 og 5 er 39

Oppgave 3.53

Hvor mange forskjellige bilnummer går det an
å sette sammen i Norge når bilnummeret skal bestå
av to bokstaver fra det engelske alfabetet og deretter et 5 sifret tall ?

$$K = K(\text{Bokstaver}) \cdot K(\text{Tall})$$

$$K = (26 \cdot 26) \cdot (9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)$$

$$K = 676 \cdot 90\,000$$

$$K = 60\,840\,000$$

Vi kan lage 60 840 000 forskjellige bilnummer i Norge

Oppgave 3.54

Hvor mange minibank koder har bare forskjellige siffer ?

$$K(\text{Forskjellige}) = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

$$K(\text{Forskjellige}) = 5040$$

Det er 5040 minibankkoder som bare har forskjellige siffer

Oppgave 3.55

Du skal sette sammen en kode at et bestemt antall bokstaver fra det norske alfabetet. Hver innbygger i Norge skal ha sin egen kode der ingen bokstaver skal brukes mer enn 1 gang.

$$29 \cdot 28 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25 = 14\,250\,600$$

Koden må bestå av 5 siffer

Oppgave 3.56

På en fest finnes det 6 gutter og 9 jenter.

Hvor mange forskjellige par av gutt og jente kan vi få til.

$$\binom{9}{6}$$

$$\frac{9!}{(9-6)!}$$

$$\frac{9!}{3!}$$

$$\frac{9!}{3!}$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$K = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$K = 60\,480$$

Det finnes 60 480 forskjellige par av gutt og jente

Oppgave 3.57

a) Hvor mange sekssifrede tall er sammensatt av bare forskjellige tall ?

$$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 136\ 080$$

b) Hvor mange sekssifrede tall har minst to like tall ?

$$K(2 \geq) = (9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10) - (9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5)$$

$$K(2 \geq) = (90\ 00\ 00) - (13\ 60\ 80)$$

$$K(2 \geq) = 76\ 39\ 20$$

Det finnes 76 39 20 sekssifrede tall som har minst to like tall

Oppgave 3.58

Nina har invitert 9 gjester til fest.

Hvor mange mulige bordplasseringer gir det ?

$$\text{Plasseringer} = 10!$$

$$\text{Plasseringer} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\text{Plasseringer} = 3\ 628\ 800$$

10 personer gir 3 628 800 bordplasseringer

Oppgave 3.59

Et fotballag med 11 spillere skal stille på rekke.

a) Hvor mange måter kan vi gjøre dette på

$$M = 11!$$

$$M = 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$M = 39916800$$

Vi kan stille opp laget på 39 916 800

b) Målmannen nekter å stå først eller sist i rekka.

Hvor mange måter kan vi da stille opp laget ?

$$M = 11! - \frac{11!}{11} - \frac{11!}{11}$$

$$M = 39\ 916\ 800 - \frac{39\ 916\ 800}{11} - \frac{39\ 916\ 800}{11}$$

$$M = 39\ 916\ 800 - 36\ 288\ 00 - 36\ 288\ 00$$

$$M = 32\ 659\ 200$$

Vi kan stille opp laget på 32 659 200 om målmannen nekter å stå først eller sist

3.6 – Uordnede utvalg

Oppgave 3.60

En elev skal velge 5 matematikk oppgaver blant 9

Hvor mange kombinasjoner fins det ?

$$K = \binom{9}{5}$$

$$K = \frac{9!}{(9-5)!5!}$$

$$K = \frac{9!}{(4!)5!}$$

$$K = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)}$$

$$K = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3$$

$$K = 126$$

Det finnes 126 forskjellige kombinasjoner der han velger 5 av 9.

Oppgave 3.61

I en klasse med 27 elever skal 4 rydde i kantina.

Hvor mange måter kan vi gjøre dette på ?

$$K = \binom{27}{4}$$

$$K = \frac{27!}{4!(27-4)!}$$

$$K = \frac{27!}{4!(23)!}$$

$$K = \frac{27 \cdot 26 \cdot 25 \cdot 24}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 9 \cdot 13 \cdot 25 \cdot 6$$

$$K = 17\ 550$$

Det finnes 17 550 forskjellige måter du kan velge 4 til å rydde i kantinen på.

Oppgave 3.62

I en bokhylle står det 15 bøker.

a) Hvor mange kombinasjoner er det om vi velger 5 bøker ?

$$K = \binom{15}{5}$$

$$K = \frac{15!}{5!(15-5)!}$$

$$K = \frac{15!}{5!(10)!}$$

$$K = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 11$$

$$K = 3004$$

Vi kan velge 5 bøker av 15 på 3004 måter

b) Hvor mange kombinasjoner er det om vi velger 10 bøker ?

$$K = \binom{15}{10}$$

$$K = \frac{15!}{10!(15-10)!}$$

$$K = \frac{15!}{10!(5)!}$$

$$K = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 11$$

$$K = 3004$$

Vi kan velge 10 bøker av 15 på 3004 måter

c) Smmenlign svarene i oppgave a og oppagev b. Kan du forklare hva du ser ?

Det å velge 10 ut av 15 bøker er det samme som å velge bort 5 bøker av 15

Oppgave 3.63

I en klasse er det 14 jenter og 13 gutter. I en komitè skal det være tre jenter og tre gutter. Hvor mange kombinasjoner finnes det ?

$$K(3J \vee 3G) = \binom{14}{3} \binom{13}{3}$$

$$K(3J \vee 3G) = \left(\frac{14 \cdot 13 \cdot 12}{3 \cdot 2 \cdot 1} \right) \left(\frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} \right)$$

$$K(3J \vee 3G) = (14 \cdot 13 \cdot 2)(13 \cdot 2 \cdot 11)$$

$$K(3J \vee 3G) = 104 \cdot 104$$

Det finnes 104 104 måter å trekke 3 jenter og 3 gutter ut til en komitè

Oppgave 3.64

I et idretslag er det 20 skiløpere. Det er 12 gutter og 8 jenter.
De skal still et lag i stafett der det skal være tre gutter og to jenter.
Hvor mange forskjellige lag er det mulig og ta ut ?

$$K = \binom{12}{3} \cdot \binom{8}{2}$$

$$K = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1}$$

$$K = 4 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 7$$

$$K = 6160$$

Det er mulig å ta ut 6160 lag

Oppgave 3.65

Et fotballag har 3 målmenn og 15 utespillere. I en startoppstilling er det 1 målmann og 10 utespillere.
Hvor mange forskjellige lagoppstillinger kan vi få til hvis vi tenker oss at alle utespillerene kan spille overalt på banen ?

$$K = \binom{3}{1} \cdot \binom{15}{10}$$

$$K = 3 \cdot \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 3 \cdot \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 11$$

$$K = 9009$$

Om spilleren kan spille overalt på banen er det 9009 lagoppstillinger

Oppgave 3.66

Et fotballag har 3 målmenn, 6 forsvarspillere, 7 midtbanespillere og 4 spisser.
Hvor mange forskjellige lagoppstillinger kan de få til når de skal ha 1 målmann, 4 forsvarspillere, 4 midtbanespillere og 2 spisser ?

$$K = \binom{3}{1} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{7}{4} \cdot \binom{4}{2}$$

$$K = \binom{3}{1} \cdot \binom{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \binom{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \binom{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}$$

$$K = 3 \cdot \binom{6 \cdot 5}{2} \cdot \binom{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} \cdot \binom{4 \cdot 3}{2}$$

$$K = 3 \cdot (3 \cdot 5) \cdot (7 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 3)$$

$$K = 9450$$

De kan få til 9450 forskjellige lag oppstillinger

3.7 – Binomiske forsøk

Oppgave 3.70

Vi kjøper en pakke med frø. På pakken står det at 80% av frøene spirer.

Vi planter 20 slike frø.

a) Hvor mange frø tror du kommer til å spire ?

$$P(S) = 20 \cdot 80\%$$

$$P(S) = 20 \cdot \frac{4}{5}$$

$$P(S) = \frac{20 \cdot 4}{5}$$

$$P(S) = 4 \cdot 4$$

$$P(S) = 16$$

Jeg tror at 16 frø kommer til å spire.

b) Finn sannsynligheten for at 16 frø spirer

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(16) = \binom{20}{16} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{16} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^4$$

$$P(16) = \left(\frac{20!}{16!4!}\right) \cdot \left(\frac{4^{16}}{5^{16}}\right) \cdot \left(\frac{1}{5^4}\right)$$

$$P(16) = \left(\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \cdot \left(\frac{4294967296}{152587890625}\right) \cdot \left(\frac{1}{625}\right)$$

$$P(16) = (5 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17) \cdot \left(\frac{4294967296}{95367431640625}\right)$$

$$P(16) = (4845) \cdot \left(\frac{4294967296}{95367431640625}\right)$$

$$P(16) = \frac{4161823309824}{19073486328125}$$

$$P(16) = 0.2181994019461005312$$

Sannsynligheten for at 16 frø spirer er 21,8%

c) Finn sannsynligheten for at 15 frø spirer

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(15) = \binom{20}{15} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{15} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^5$$

$$P(15) = \left(\frac{20!}{15!5!}\right) \cdot \left(\frac{4^{15}}{5^{15}}\right) \cdot \left(\frac{1}{5^5}\right)$$

$$P(15) = \left(\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \cdot \left(\frac{1073741824}{30517578125}\right) \cdot \left(\frac{1}{3125}\right)$$

$$P(15) = (19 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 16) \cdot \frac{1073741824}{95367431640625}$$

$$P(15) = (15504) \cdot \frac{1073741824}{95367431640625}$$

$$P(15) = \frac{16647293239296}{95367431640625}$$

$$P(15) = 0.17455952155688042496$$

Sannsynligheten for at 15 frø spirer er ca 17.4%

Oppgave 3.71

Mononukleose

Mononukleose kalles også kysseyske eller kjertelfeber. Det er en sykdom som særlig rammer ungdom mellom 15 og 25 år.

Omtrent 15% av alle ungdommer får denne sykdommen.

Vi velger tilfeldig 40 personer over 25 år og lar X være antallet på personer som har hatt kysseysken.

a) Forklar hvorfor vi kan bruke en binomisk modell.

Vi kan bruke en binomisk modell siden sannsynligheten for at en person har kysseysken ikke påvirker at en annen har sykdommen.

Vi sier at forsøkene er uavhengige og ser at sannsynligheten er konstant.

b) For hvilke verdi av K tror du at $P(X = k)$ er størst ?

$$S = 40 \cdot 15\%$$

$$S = 40 \cdot \frac{15}{100}$$

$$S = 40 \cdot \frac{3}{20}$$

$$S = \frac{120}{20}$$

$$S = 6$$

Jeg tror at det er størst sannsynlighet for at 6 personer har hatt kysseysken

c) Finn sannsynligheten for at 6 personer har hatt kysseysken.

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(6) = \binom{40}{6} \cdot (0.15)^6 \cdot (0.85)^{40-6}$$

$$P(6) = \frac{40!}{6!(40-6)!} \cdot (0.15)^6 \cdot (0.85)^{34}$$

$$P(6) = \frac{40!}{6!(34)!} \cdot (0.000011390625) \cdot (0.003983304201)$$

$$P(6) = \frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot (0,00000004537232441)$$

$$P(6) = 2 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 37 \cdot 6 \cdot 35 \cdot (0,00000004537232441)$$

$$P(6) = 3838380 \cdot (0,00000004537232441)$$

$$P(6) = 0,17415622260$$

Sannsynligheten for at 6 personer har hatt kysseysken er 0.174

d) Finn sannsynligheten for at 5 personer har hatt kyssesyken.

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(5) = \binom{40}{5} \cdot (0.15)^5 \cdot (0.85)^{40-5}$$

$$P(5) = \frac{40!}{5!(40-5)!} \cdot (0.15)^5 \cdot (0.85)^{35}$$

$$P(5) = \frac{40!}{5!(35)!} \cdot (0.000011390625) \cdot (0.003983304201)$$

$$P(5) = \frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot (0.00000004537232441)$$

$$P(5) = 8 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 37 \cdot 9 \cdot (0.00000004537232441)$$

$$P(5) = 658008 \cdot (0.00000004537232441)$$

$$P(5) = 0.1691803305$$

Sannsynligheten for at 5 personer har hatt kyssesyken er 0.169

e) Finn sannsynligheten for at 7 personer har hatt kyssesyken.

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(7) = \binom{40}{7} \cdot (0.15)^7 \cdot (0.85)^{40-7}$$

$$P(7) = \frac{40!}{7!(40-7)!} \cdot (0.15)^7 \cdot (0.85)^{33}$$

$$P(7) = \frac{40!}{7!(33)!} \cdot (0.00000170859375) \cdot (0.004686240236)$$

$$P(7) = \frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35 \cdot 34}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot (0.00000004537232441)$$

$$P(7) = 8 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 19 \cdot 37 \cdot 17 \cdot (0.00000004537232441)$$

$$P(7) = 18643560 \cdot (0.00000004537232441)$$

$$P(7) = 0.1492767622$$

Sannsynligheten for at 7 personer har hatt kyssesyken er 0.149

Oppgave 3.72

I denne oppgaven regner vi med at sannsynligheten er 0.3 for at en tilfeldig valgt 80-åring lever til han blir 90 år. V plukker ut ti 80-åring.

a) Finn sannsynligheten for at ingen av dem blir 90 år

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(0) = \binom{10}{0} (0.3)^0 (0.7)^{10-0}$$

$$P(0) = 1 \cdot 1 \cdot (0.7)^{10}$$

$$P(0) = 0.0282475249$$

Sannsynligheten for at ingen av dem blir 90 år er 0.028

b) Finn sannsynligheten for at en av dem blir 90 år

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(1) = \binom{10}{1} (0.3)^1 (0.7)^{10-1}$$

$$P(1) = 10 \cdot 0.3 \cdot (0.7)^9$$

$$P(1) = 10 \cdot 0.3 \cdot 0.040353607$$

$$P(1) = 0.1210608210$$

Sannsynligheten for at en av dem blir 90 år er 0.121

c) Finn sannsynligheten for at nøyaktig to av dem blir 90 år

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$P(2) = \binom{10}{2} (0.3)^2 (0.7)^{10-2}$$

$$P(2) = \frac{10!}{2!8!} \cdot (0.3)^2 \cdot (0.7)^8$$

$$P(2) = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} \cdot (0.09) \cdot 0.05764801$$

$$P(2) = 45 \cdot (0.09) \cdot 0.05764801$$

$$P(2) = 0.2334744405$$

Sannsynligheten for at nøyaktig to av dem blir 90 år er 0.023

d) Minst tre av dem blir 90 år

$$\sum_{x=3}^{10} \binom{10}{x} \cdot (0.3)^x \cdot (0.7)^{10-x} = 0.6172172136$$

$$P(\geq 3) = 1 - P(0) + P(1) + P(2)$$

$$P(\geq 3) = 1 - (0.0282475249 + 0.1210608210 + 0.2334744405)$$

$$P(\geq 3) = 1 - 0.382783$$

$$P(\geq 3) = 0.6172172136$$

Sannsynligheten for at 3 eller flere blir 90 år er 0.617

Oppgave 3.73

I denne oppgaven skal vi tenke oss at de tre utfallene hjemmeseier, uavgjort og borteserier er like sannsynlige på en tippekupong med tolv kamper.

Tante Mari leverer inn en tipperekke ei uke.

Finn sannsynligheten for at tante Mari skal få

a) Tolv rette

$$P(12) = \binom{12}{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0$$

$$P(12) = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot 1$$

$$P(12) = \frac{1}{531441}$$

Sannsynligheten for å få 12 riktige er ca 0.0000018817

b) Elleve rette

$$P(11) = \binom{12}{11} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{11} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{12-11}$$

$$P(11) = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{11} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1$$

$$P(11) = 12 \cdot \frac{1}{177147} \cdot \frac{2}{3}$$

$$P(11) = \frac{8}{177147}$$

Sannsynligheten for å få 11 riktige i tipping er 0.000045160

c) Ti rette

$$P(10) = \binom{12}{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{12-10}$$

$$P(10) = 66 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$P(10) = 12 \cdot \frac{1}{177147} \cdot \frac{4}{9}$$

$$P(10) = \frac{88}{177147}$$

Sannsynligheten for å få 10 riktige i tipping er 0.00049676

d) færre enn ti i tipping

$$\sum_{x=0}^9 \binom{12}{x} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10-x} = 0.999456$$

$$P(<10) = 1 - (P(10) + P(11) + P(12))$$

$$P(<10) = 1 - (0.00049676 + 0.000045160 + 0.0000018817)$$

$$P(<10) = 1 - 0.000543802$$

$$P(<10) = 0.999456$$

Sannsynligheten for at Tante Marit får færre enn 10 rette er 0.99945

Oppgave 3.74

I lileby ble det et år født 100 barn. La X være antallet på jenter blant dem.

a) Regn med at sannsynligheten for å få jente er 0.5 og finn

1) $P(X=50)$

$$P(50) = \binom{100}{50} \cdot (0.5)^{50} \cdot (0.5)^{100-50}$$

$$P(50) = \frac{100!}{50!(100-50)!} \cdot (0.5)^{50} \cdot (0.5)^{100-50}$$

$$P(50) = 100891344545564193334812497256 \cdot 8.881784197 \cdot 10^{(-16)} \cdot 8.881784197 \cdot 10^{(-16)}$$

$$P(50) = 100891344545564193334812497256 \cdot 8.881784197 \cdot 10^{(-31)}$$

$$P(50) = 0.07958923735$$

Sannsynligheten for at det ble født 50 jenter er 0.079

2) $P(X \leq 55)$

$$P(X \leq 55) = \sum_{x=0}^{55} \binom{100}{x} \cdot (0.5)^x \cdot (0.5)^{100-x}$$

$$P(X \leq 55) = 0.8643734880$$

Sannsynligheten for å få 55 eller færre jenter er 0.864

3) $P(45 \leq X \leq 55)$

$$P(45 \leq X \leq 55) = \sum_{x=45}^{55} \binom{100}{x} \cdot (0.5)^x \cdot (0.5)^{100-x}$$

$$P(45 \leq X \leq 55) = 0.7287469759$$

Sannsynligheten for at byen får mellom 46 og 56 jenter er 0.7287469759

4) $P(X = k)$ for $k = (45, 46, \dots, 55)$

$$P(45) = 0.04847429664$$

$$P(46) = 0.05795839814$$

$$P(47) = 0.06659050001$$

$$P(48) = 0.07352701041$$

$$P(49) = 0.07802866410$$

$$P(50) = 0.07958923735$$

$$P(51) = 0.07802866408$$

$$P(52) = 0.07352701040$$

$$P(53) = 0.06659050002$$

$$P(54) = 0.05795839816$$

$$P(55) = 0.04847429662$$

b) Løs oppgave a) når vi regnet med at sannsynligheten for å få jente er 0.487

$$P(50) = \binom{100}{50} \cdot (0.487)^{50} \cdot (0.513)^{100-50}$$

$$P(50) = 100891344545564193334812497256 \cdot (2.379293733 \cdot 10^{(-16)}) \cdot (3.205296842 \cdot 10^{(-15)})$$

$$P(50) = 100891344545564193334812497256 \cdot 7.626342689 \cdot 10^{(-31)}$$

$$P(50) = 0.07694319675$$

Sannsynligheten for å få 50 jenter er 0.076 når P(J) er 0.487

2) $P(X \leq 55)$

$$P(X \leq 55) = \sum_{x=0}^{55} \binom{100}{x} \cdot (0.487)^x \cdot (0.513)^{100-x}$$

$$P(X \leq 55) = 0.9131919813$$

Sannsynligheten for å få 55 eller færre jenter er 0.913

3) $P(45 \leq X \leq 55)$

$$P(45 \leq X \leq 55) = \sum_{x=45}^{55} \binom{100}{x} \cdot (0.487)^x \cdot (0.513)^{100-x}$$

$$P(45 \leq X \leq 55) = 0.7126846905$$

Sannsynligheten for at byen får mellom 46 og 56 jenter er 0.712

4) $P(X = k)$ for $k = (45, 46, \dots, 55)$

$$F(45) = 0.06078122073$$

$$F(46) = 0.06898995667$$

$$F(47) = 0.07524772431$$

$$F(48) = 0.07887504109$$

$$F(49) = 0.07946181092$$

$$F(50) = 0.07694319675$$

$$F(51) = 0.07161131527$$

$$F(52) = 0.06405985968$$

$$F(53) = 0.05507607046$$

$$F(54) = 0.04550704559$$

$$F(55) = 0.03613144906$$

Oppgave 3.75

Det har nettop vært valg og 8% stemte KRF. Vi plukker tilfeldig 500 velgere og lar X være antallet som stemte krf blant de,

a) Finn $P(x = 40)$

$$P(x = 40) = \binom{500}{40} \cdot (0.08)^{40} \cdot (0.92)^{460}$$

$$P(x = 40) = 0.06562587413$$

Sannsynligheten for at 40 personer stemte Frp er ca 0.065

b) Finn $P(x \leq 45)$

$$P(x \leq 45) = \sum_{x=0}^{45} \binom{500}{x} \cdot (0.08)^x \cdot (0.92)^{500-x}$$

$$P(x \leq 45) = 0.8189196723$$

Sannsynligheten for at 45 eller færre personer stemte Frp er ca 0.818

c) Finn $P(x \geq 35)$

$$P(x \geq 35) = \sum_{x=35}^{500} \binom{500}{x} \cdot (0.08)^x \cdot (0.92)^{500-x}$$

$$P(x \geq 35) = 0.8167338924$$

Sannsynligheten for at 35 eller flere personer stemte Frp er ca 0.816

d) Finn $P(35 \leq x \leq 45)$

$$P(35 \leq x \leq 45) = \sum_{x=35}^{45} \binom{500}{x} \cdot (0.08)^x \cdot (0.92)^{500-x}$$

$$P(35 \leq x \leq 45) = 0.6356535647$$

Sannsynligheten for at mellom 34 og 46 personer stemte Frp er ca 0.0635

e) Finn $P(x = k)$ for $k = 35, 36, 37 \dots, 45$.

$$P(35) = 0.04898711882$$

$$P(36) = 0.05502176393$$

$$P(37) = 0.06000023134$$

$$P(38) = 0.06357003920$$

$$P(39) = 0.06548351862$$

$$P(40) = 0.06562587413$$

$$P(41) = 0.06402524305$$

$$P(42) = 0.06084386448$$

$$P(43) = 0.05635286134$$

$$P(44) = 0.05089576608$$

$$P(45) = 0.04484728373$$

3.8 – Hypergeometriske Forsøk

Oppgave 3.80

I et lotteri er det 80 lodd 10 av loddene gir gevinst. Mari kjøper 5 lodd.

a) Finn sannsynligheten for at Mari ikke vinner.

$$\frac{\frac{70}{80} \cdot \frac{69}{79} \cdot \frac{68}{78} \cdot \frac{67}{77} \cdot \frac{66}{76}}{\frac{1}{8} \cdot \frac{23}{79} \cdot \frac{17}{13} \cdot \frac{67}{1} \cdot \frac{3}{19}} = \frac{78591}{156104} = 0.50345$$

Sannsynligheten for at hun ikke vinner på noen av loddene er 0.503

b) Finn sannsynligheten for at Mari får en gevinst.

$$\frac{\binom{70}{4} \binom{10}{1}}{\binom{80}{5}} = \left(\frac{70 \cdot 69 \cdot 68 \cdot 67}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 10 \right) : \left(\frac{80 \cdot 79 \cdot 78 \cdot 77 \cdot 76}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right) = \frac{35 \cdot 23 \cdot 17 \cdot 67 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 79 \cdot 13 \cdot 77 \cdot 19}{35 \cdot 23 \cdot 17 \cdot 67 \cdot 10 \cdot 16 \cdot 79 \cdot 13 \cdot 77 \cdot 19} = \frac{5 \cdot 23 \cdot 17 \cdot 67 \cdot 5}{8 \cdot 79 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 19} = \frac{654925}{1717144} = 0.38140$$

Sannsynligheten for at Mari får en gevinst er 0.381

c) Finn sannsynligheten for at Mari får 2 gevinster.

$$\frac{\binom{70}{3} \binom{10}{2}}{\binom{80}{5}} = \frac{87975}{858572} = 0.10247$$

$$\frac{70 \cdot 69 \cdot 68}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} : \frac{80 \cdot 79 \cdot 78 \cdot 77 \cdot 76}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{35 \cdot 23 \cdot 68 \cdot 5 \cdot 9}{16 \cdot 79 \cdot 13 \cdot 77 \cdot 19} = \frac{35 \cdot 23 \cdot 68 \cdot 5 \cdot 9}{16 \cdot 79 \cdot 13 \cdot 77 \cdot 19} = \frac{5 \cdot 23 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 9}{4 \cdot 79 \cdot 13 \cdot 11 \cdot 19} = \frac{87975}{858572} = 0.10247$$

Sannsynligheten for at Mari får to gevinster er 0.10247

Oppgave 3.81

I en klasse er det femten jenter og elleve gutter. Fire elever skal trekkes ut for å være med i en komitè.

Finn sannsynligheten for at komiteen består av:

a) Fire jenter

$$\frac{\binom{15}{4} \binom{11}{0}}{\binom{26}{4}} = 0.020751$$

$$\begin{aligned} & \frac{15!}{4!(15-4)!} \cdot \frac{26!}{4!(26-4)!} \\ & \frac{15!}{4!11!} \cdot \frac{26!}{4!21!} \\ & \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ & 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 3 : 26 \cdot 25 \cdot 23 \\ & \frac{5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 3}{26 \cdot 25 \cdot 23} \\ & \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 5 \cdot 23} \\ & \frac{21}{230} \\ & 0.091304 \end{aligned}$$

Sannsynligheten for at komiteen består av 4 jenter er 0.091

b) Tre jenter og en gutt.

$$\frac{\binom{15}{3}\binom{11}{1}}{\binom{26}{4}} = \frac{7}{92} = 0.076087$$

$$\left(\frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \cdot \left(\frac{11}{1}\right) : \left(\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)$$

$$(5 \cdot 7 \cdot 13) \cdot (11) : (26 \cdot 25 \cdot 23)$$

$$\frac{(5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 11)}{(26 \cdot 25 \cdot 23)}$$

$$\frac{7 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 23}$$

$$\frac{77}{230}$$

0.33478

Sannsynligheten for at komiteen består av 3 jenter og 1 gutt er 0.33

c) To jenter og to gutter.

$$\frac{\binom{15}{2}\binom{11}{2}}{\binom{26}{4}} = \frac{105}{1196} = 0.087793$$

$$\left(\frac{15 \cdot 14}{2 \cdot 1} \cdot \frac{11 \cdot 10}{2 \cdot 1}\right) : \left(\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)$$

$$(15 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 5) : (26 \cdot 25 \cdot 23)$$

$$\frac{15 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 5}{26 \cdot 25 \cdot 23}$$

$$\frac{3 \cdot 7 \cdot 11}{26 \cdot 23}$$

$$\frac{231}{598}$$

0.38629

Sannsynligheten for at komiteen består av 2 jenter og 2 gutter er 0.038

d) Ei jente og tre gutter.

$$\frac{\binom{15}{1}\binom{11}{3}}{\binom{26}{4}} = \frac{99}{598} = 0.16555$$

$$\left(15 \cdot \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right) : \left(\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)$$

$$(5 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 9) : (26 \cdot 25 \cdot 23)$$

$$\frac{11 \cdot 9}{26 \cdot 23}$$

$$\frac{99}{598}$$

$$\frac{99}{598}$$

$$0.16555$$

$$0.16555$$

Sannsynligheten for at komiteen består av 1 jente og 3 gutter er 0.16555

e) 4 gutter.

$$\frac{\binom{15}{0}\binom{11}{4}}{\binom{26}{4}} = \frac{33}{1495} = 0.022074$$

$$\left(\frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right) : \left(\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)$$

$$(11 \cdot 10 \cdot 3) : (26 \cdot 25 \cdot 23)$$

$$\frac{11 \cdot 10 \cdot 3}{26 \cdot 25 \cdot 23}$$

$$\frac{11 \cdot 9}{13 \cdot 5 \cdot 23}$$

$$\frac{11 \cdot 9}{13 \cdot 5 \cdot 23}$$

$$\frac{33}{1495}$$

$$\frac{33}{1495}$$

$$0.022074$$

$$0.022074$$

Sannsynligheten for at komiteen består av fire gutter er 0.022074

Oppgave 3.82

I en kartong med tolv egg er det tre råtne egg. Anders plukker tilfeldig 2 egg fra kartongen.

Finn sannsynligheten for at han trekker ut:

a) Ingen råtne egg.

$$\frac{\binom{3}{0}\binom{9}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{6}{11} = 0.54545$$

$$\frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1}$$

$$9 \cdot 4 : 6 \cdot 11$$

$$\frac{9 \cdot 4}{6 \cdot 11}$$

$$\frac{3 \cdot 2}{11}$$

$$\frac{6}{11}$$

$$\frac{6}{11}$$

$$0.54545$$

$$0.54545$$

$$0.54545$$

Sannsynligheten får å trekke ingen dårlige egg er ca 0.545

b) Et råttent egg.

$$\frac{\binom{3}{1}\binom{9}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{9}{22} = 0.40909$$

$$3 \cdot 9 : \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1}$$

$$3 \cdot 9 : 6 \cdot 11$$

$$\frac{3 \cdot 9}{6 \cdot 11}$$

$$\frac{9}{2 \cdot 11}$$

$$\frac{9}{22}$$

$$\frac{9}{22}$$

$$0.40909$$

$$0.40909$$

$$0.40909$$

Sannsynligheten for at et av to egg er råttent er 0.409

c) to rättne egg.

$$\frac{\binom{3}{2}\binom{9}{0}}{\binom{12}{2}} = \frac{1}{22} = 0.045455$$

$$\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} \cdot \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1}$$

$$3 \cdot 6 \cdot 11$$

$$\frac{3}{6 \cdot 11}$$

$$\frac{1}{2 \cdot 11}$$

$$\frac{1}{22}$$

$$0.045455$$

Sannsynligheten for at to egg er rättent er 0.045

Oppgave 3.83

I pengespillet Lotto skal vi plukke ut tall fra 1 til 34. En rekke består av sju forskjellige tall. La X være antallet rette i en vilkårlig valgt rekke.

a) Hvor mange forskjellige rekker finnes det ?

$$K = \binom{34}{7}$$

$$K = \frac{34!}{7!(34-7)!}$$

$$K = \frac{34!}{7!27!}$$

$$K = \frac{34 \cdot 33 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 30 \cdot 29 \cdot 28}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 17 \cdot 11 \cdot 32 \cdot 31 \cdot 29$$

$$K = 5\,379\,616$$

Antall mulige rekker i lotto er 5 379 616

b) Finn $P(x=7)$

$$P(x) = \frac{\binom{7}{x} \binom{34-x}{7-x}}{\binom{37}{7}}$$

$$P(x=7) = \frac{\binom{7}{7} \binom{34-7}{7-7}}{\binom{37}{7}}$$

$$P(x=7) = \frac{1}{\binom{37}{7}}$$

$$P(x=7) = \frac{1}{5\,379\,616}$$

Sannsynligheten for å få 7 rette i lotto er $\frac{1}{5\,379\,616}$

c) Hvor mange rekker inneholder akkurat 6 rette ?

$$\binom{7}{6} \binom{27}{1}$$

$$7 \cdot 27$$

$$189$$

Det er akkurat 189 rekker som inneholder 6 rette.

d) Finn $P(X = 6)$

$$P(x) = \frac{\binom{7}{x} \binom{27}{7-x}}{\binom{37}{7}}$$

$$P(x=6) = \frac{\binom{7}{6} \binom{27}{7-6}}{\binom{37}{7}}$$

$$P(x=6) = \frac{\binom{7}{6} \binom{27}{1}}{\binom{37}{7}}$$

$$P(x=6) = \frac{7 \cdot 27}{5\,379\,616}$$

$$P(x=6) = \frac{189}{5\,379\,616}$$

Sannsynligheten for å få 6 rette er 0.000035133

e) Finn forholdet mellom $P(x=6)$ og $P(x=7)$

$$\left(\frac{189}{5\,379\,616}\right) : \left(\frac{1}{5\,379\,616}\right)$$

$$\left(\frac{189}{5\,379\,616}\right) : \left(\frac{5\,379\,616}{1}\right)$$

$$\frac{189}{1}$$

$$1$$

$$189$$

Forholdet mellom $P(x=6)$ og $P(x=7)$ er 189

Oppgave 3.84

I ei skål ligger det fem røde, tre gule og fire grønne seigemenn.

Lille per får trekke fem seigemenn. Finn sannsynligheten for at han trekker to røde, en gul og to grønne seigmenn.

$$P(2R \vee 1Gu \vee 2Gr) = \frac{\binom{5}{2} \binom{3}{1} \binom{4}{2}}{\binom{12}{5}}$$

$$P(2R \vee 1Gu \vee 2Gr) = \frac{\left(\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1}\right) \binom{3}{1} \left(\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$P(2R \vee 1Gu \vee 2Gr) = \frac{(5 \cdot 2)(3)(2 \cdot 6)}{(11 \cdot 9 \cdot 8)}$$

$$P(2R \vee 1Gu \vee 2Gr) = \frac{(5)}{(11 \cdot 2)}$$

$$P(2R \vee 1Gu \vee 2Gr) = \frac{5}{22}$$

Sannsynligheten for å få 2 røde , 1 gul og 2 grønne er $\frac{5}{22}$

Oppgave 3.85

En hånd i bridge består av 13 kort.

a) Finn sannsynligheten for at en spiller får 4 spar, 4 hjerter, 3 ruter og 2 kløver.

$$\frac{\binom{13}{4}\binom{13}{4}\binom{13}{3}\binom{13}{2}}{\binom{52}{13}}$$
$$\frac{\left(\frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)\left(\frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)\left(\frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right)\left(\frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41 \cdot 40}{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(13 \cdot 11 \cdot 5)(13 \cdot 11 \cdot 5)(13 \cdot 2 \cdot 11)(13 \cdot 6)}{(17 \cdot 7 \cdot 47 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 43 \cdot 7 \cdot 41 \cdot 20)}$$

$$\frac{(13 \cdot 11)(13 \cdot 11)(13 \cdot 11)(13 \cdot 3)}{(17 \cdot 7 \cdot 47 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 43 \cdot 7 \cdot 41)}$$

$$\frac{114044073}{(17 \cdot 7 \cdot 47 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 43 \cdot 7 \cdot 41)}$$

$$\frac{31102929}{6350135596}$$

$$0.01795931304$$

Sannsynligheten for å få 4 spar, 4 hjerter, 3 ruter og 2 kløver i bridge er 0.017

b) Finn sannsynligheten for at en spiller får 8 spar, 2 hjerter, 2 ruter og 1 kløver.

$$\frac{\binom{13}{8}\binom{13}{2}\binom{13}{2}\binom{13}{1}}{\binom{52}{13}}$$
$$\frac{\left(\frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)\left(\frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1}\right)\left(\frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1}\right)\left(\frac{13}{1}\right)}{\left(\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41 \cdot 40}{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(13 \cdot 11 \cdot 9)(13 \cdot 6)(13 \cdot 6)(13)}{(17 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 43 \cdot 7 \cdot 41 \cdot 5)}$$

$$\frac{(13 \cdot 11 \cdot 9)(13 \cdot 3)(13 \cdot 3)(13)}{(17 \cdot 7 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 43 \cdot 7 \cdot 41 \cdot 5)}$$

$$\frac{25447851}{158753389900}$$

$$0.00016030$$

Sannsynligheten 8 spar, 2 hjerter, 2 ruter og 1 kløver er 0.00016

Oppgave 3.86

På en liten skole er det 30 jenter og 20 gutter. Vi velger tilfeldig 8 elever på denne skolen.

Finn sannsynligheten for at det er 5 jenter og 3 gutter blant de 8 når du bruker:

1) En hypergeometrisk modell.

$$\frac{\binom{30}{5} \binom{20}{3}}{\binom{50}{8}}$$

$$\frac{\left(\frac{30 \cdot 29 \cdot 27 \cdot 26 \cdot 25}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \left(\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(29 \cdot 27 \cdot 7 \cdot 26)(20 \cdot 19 \cdot 3)}{(5 \cdot 7 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 15 \cdot 11 \cdot 43)}$$

$$\frac{(29 \cdot 27 \cdot 26)(2 \cdot 19)}{(47 \cdot 23 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 43)}$$

$$\frac{773604}{2556565}$$
$$0.30260$$

Sannsynligheten for 5 jenter og 3 gutter med hypergeometrisk modell er 0.302

2) En binomisk modell.

$$\binom{8}{5} \cdot (0.6)^5 \cdot (0.4)^3$$

$$\left(\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \cdot (0.07776) \cdot (0.064)$$

$$(8 \cdot 7) \cdot (0.07776) \cdot (0.064)$$

$$0.27869184$$

Sannsynligheten for 5 jenter og 3 gutter med binomisk modell er 0.278

Oppgave 3.87

På en stor skole er det 300 jenter og 200 gutter. Vi velger 8 elever på denne skolen. Finn sannsynligheten for at det er 5 jenter og 3 gutter blant de 8 når du bruker.

1) En hypergeometrisk fordeling.

0.2808511017

$$\frac{\binom{300}{5} \binom{200}{3}}{\binom{500}{8}} = \frac{239814441504}{853884638839} = 0.2808511017$$

$$\frac{(19582837560)(1313400)}{(91579127515482750)}$$

25720098851304000

91579127515482750

239814441504

853884638839

0.2808511017

Sannsynligheten for 5 jenter og 3 gutter med hypergeometrisk modell er 0.280

2) En binomisk fordeling.

$$\binom{8}{5} \cdot (0.6)^5 \cdot (0.4)^3$$

$$\left(\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right) \cdot (0.07776) \cdot (0.064)$$

$$(8 \cdot 7) \cdot (0.07776) \cdot (0.064)$$

0.27869184

Sannsynligheten for 5 jenter og 3 gutter med binomisk modell er 0.278

Oppgave 3.88

På en kjempestor skole er det 3000 jenter og 2000 gutter. Vi velger 8 elever på denne skolen. Hvilken modell må du i praksis bruke ?

Her ser vi at sannsynligheten for hver trekning forandres så lite at man i praksis kan bruke binomisk fordeling.

1) Hypergeometrisk fordeling:

0.2808511017

$$\frac{\binom{3000}{5} \binom{2000}{3}}{\binom{5000}{8}} = \frac{1844341707259405440}{6612778171525760179} = 0.2789057276$$

$$\frac{(2018257871250600)(1331334000)}{(9633991198641591860780625)}$$

$$\frac{2686975324763546300400000}{9633991198641591860780625}$$

$$\frac{1844341707259405440}{6612778171525760179}$$

0.2789057276

Sannsynligheten for 5 jenter og 3 gutter med hypergeometrisk modell er 0.278

2) En binomisk fordeling

$$\binom{8}{5} \cdot (0.6)^5 \cdot (0.4)^3$$

$$\left(\frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right) \cdot (0.07776) \cdot (0.064)$$

$$(8 \cdot 7) \cdot (0.07776) \cdot (0.064)$$

0.27869184

Sannsynligheten for 5 jenter og 3 gutter med binomisk modell er 0.278