

Matematikk R1

Oppgavesamling

Kapittel 3 – Sannsynlighet

Kategori 1

3.1	-	Betinget sannsynlighet	3 – 6
3.2	-	Total sannsynlighet	7 – 9
3.3	-	Bayes-setningen	10 – 11
3.4	-	Uavhengige hendinger	12 – 13
3.5	-	Ordnete utvalg	14 – 15
3.6	-	Uordnete utvalg	16 – 18
3.7	-	Binomiske forsøk	19 – 22
3.8	-	Hypergeometriske forsøk	23 – 26

Kategori 2

3.1	-	Betinget sannsynlighet	27 - 31
3.2	-	Total sannsynlighet	32 - 36
3.3	-	Bayes-setningen	37 - 40
3.4	-	Uavhengige hendinger	41 - 45
3.5	-	Ordnete utvalg	46 - 47
3.6	-	Uordnete utvalg	48 - 49
3.7	-	Binomiske forsøk	50 - 54
3.8	-	Hypergeometriske forsøk	54 - 58

Kategori 3

3.1-3.8	-	Blandede oppgaver	59 - 79
---------	---	-------------------	---------

3.1 - Betinget sannsynlighet

Oppgave 3.110

I ei kasse ligger det 12 hvite og 8 grå skjorter.
Blant de hvite er det 8 med korte ermer, og blant de grå er det 4 med korte ermer. Vi trekker tilfeldig ei skjorte og innfører hendingene:

H : Skjorta er hvit

G : Skjorta er grå

K : Skjorta har korte ermer

a) Finn $P(H)$

$$\frac{12}{12+8} = \frac{12}{20} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$

b) Finn $P(K | G)$

$$\frac{4}{8} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

c) Finn $P(G | K)$

$$\frac{4}{8+4} = \frac{4}{12} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

Finn $P(G)$

$$\frac{8}{12+8} = \frac{8}{20} = \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

Finn $P(K | H)$

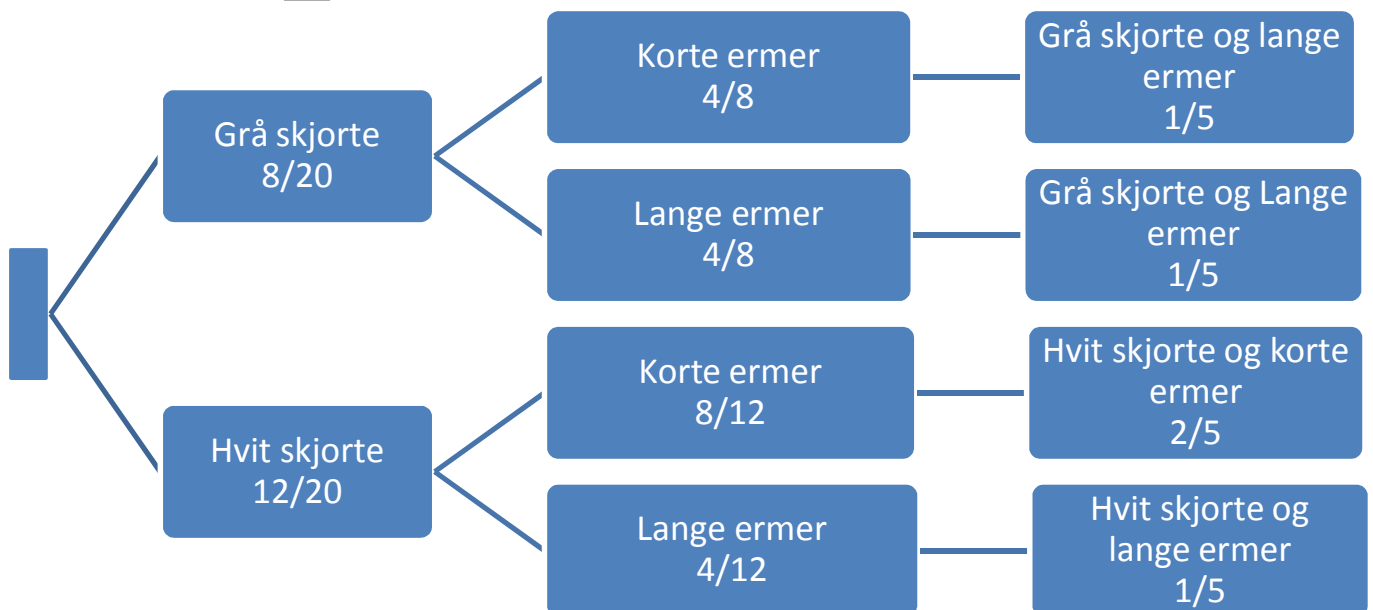
$$\frac{8}{12} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Finn $P(H | K)$

$$\frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Finn $P(K)$

$$\frac{8+4}{12+8} = \frac{12}{20} = \underline{\underline{\frac{3}{5}}}$$



Oppgave 3.111

I en kruk ligger det 24 flasker med solkrem av type A og 18 flasker av type B . 6 av flaskene av type A og 10 av flaskene av Type B har solfaktor 6. Resten av flaskene har en annen solfaktor. Vi trekker tilfeldig en flaske fra kurven og innfører disse hendingene:

A : Flasken er av type A .

B : Flasken er av type B .

S : Flasken har solfaktor 6.

a) Finn $P(A)$

$$\frac{24}{24+18} = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$$

b) Finn $P(A|S)$

$$\frac{6}{6+10} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

c) Finn $P(S|A)$

$$\frac{6}{24} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Finn $P(B)$

$$\frac{18}{24+18} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

Finn $P(B|S)$

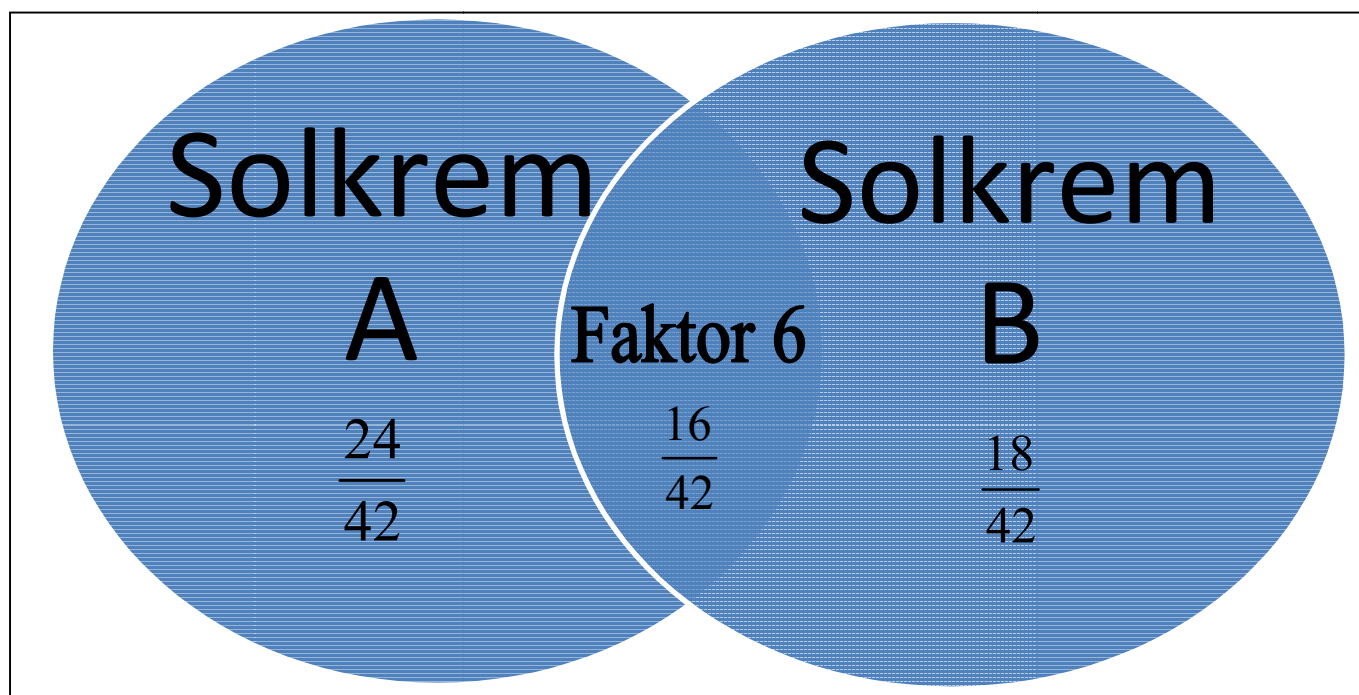
$$\frac{10}{6+10} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

Finn $P(S|B)$

$$\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

Finn $P(S)$

$$\frac{6+10}{24+18} = \frac{16}{42} = \frac{8}{21}$$



Oppgave 3.112

I en kurv ligger det 10 hvite og 8 brune egg.
Det er en sprekk i tre av de hvite eggene og
to av de brune. Vi trekker tilfeldig et egg og
innfører disse hendingene:

H : Egget er hvitt

B : Egget er brunt

S : Egget har sprekk

a)

Finn $P(H|S)$

$$\frac{3}{5}$$

Finn $P(S|B)$

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

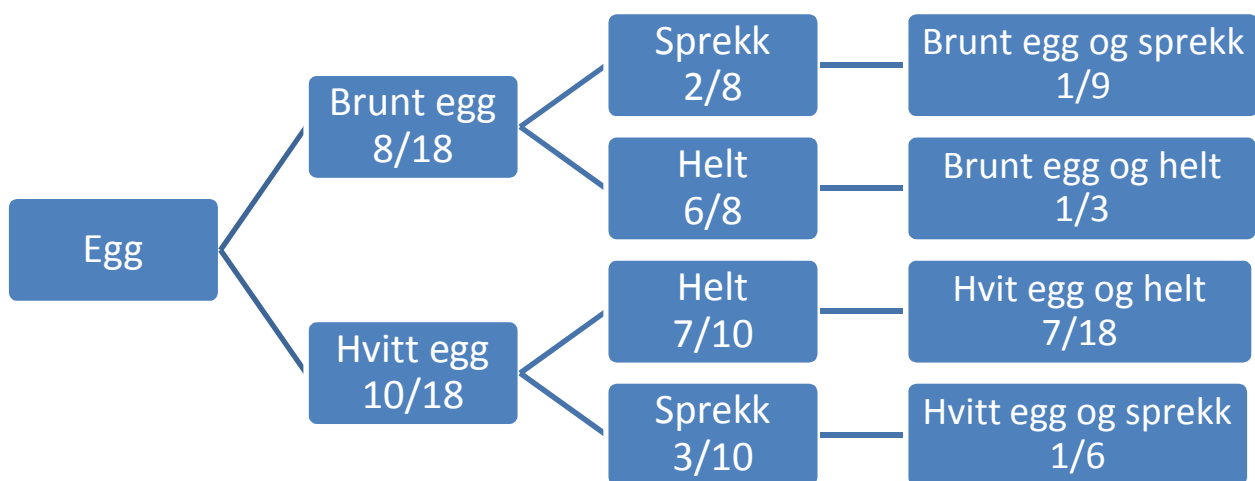
b)

Finn $P(H \cap S)$

$$\frac{10}{10+8} \cdot \frac{3}{10} = \frac{10}{18} \cdot \frac{3}{10} = \frac{30}{180} = \frac{1}{6}$$

Finn $P(B \cap S)$

$$\frac{8}{10+8} \cdot \frac{2}{8} = \frac{8}{18} \cdot \frac{2}{8} = \frac{16}{144} = \frac{1}{9}$$



Oppgave 3.113

I en kurv ligger det 6 røde og 4 blå kuler.
Jens og siv trekker tilfeldig hver sin kule.

a) Hva er sannsynligheten for at de begge trekker røde kuler ?

$$\frac{6}{4+6} \cdot \frac{5}{4+5} = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{3}{9} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

Sannsynligheten for at de begge trekker røde kuler er $\frac{1}{3}$

b) Hva er sannsynligheten for at de begge trekker blå kuler ?

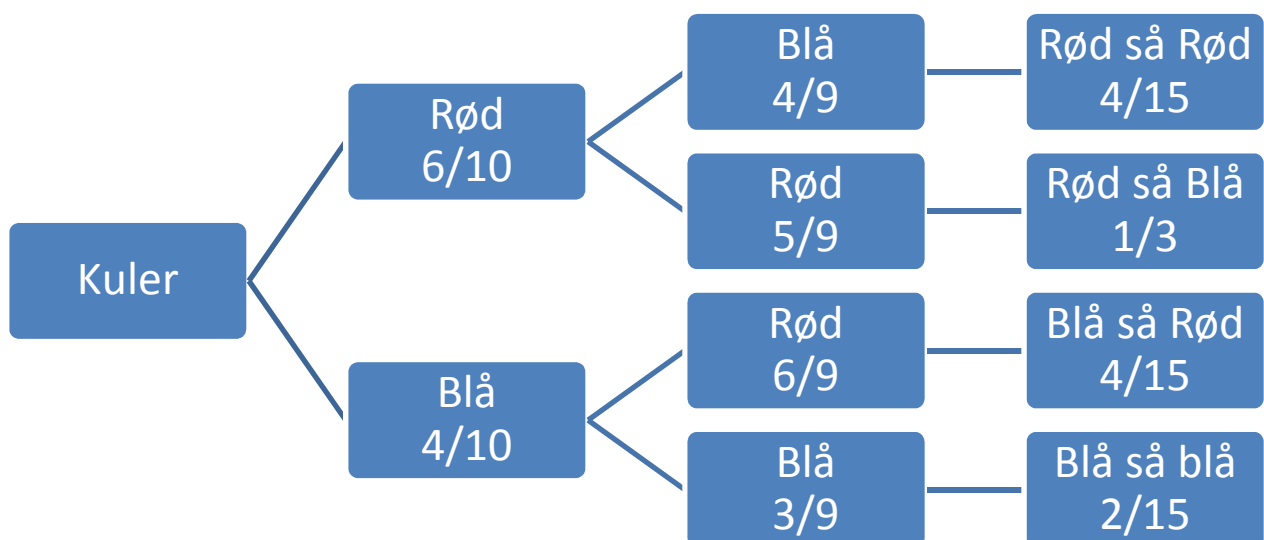
$$\frac{4}{4+6} \cdot \frac{3}{3+5} = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \underline{\underline{\frac{2}{15}}}$$

Sannsynligheten for at de begge trekker blå kuler er $\frac{2}{15}$

c) Hva er sannsynligheten for at Jens trekker en rød kule og deretter Siv en blå kule ?

$$\frac{6}{4+6} \cdot \frac{4}{4+5} = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{24}{90} = \frac{12}{45} = \underline{\underline{\frac{4}{15}}}$$

Sannsynligheten for først en rød så en blå kule er $\frac{4}{15}$



3.2 - Total sannsynlighet

Oppgave 3.120

I en kasse ligger det grønne og røde epler.

Forholdet mellom tallet på røde og tallet

på grønne epler er 3 : 2. Det er skade på

$\frac{1}{15}$ av de røde eplene og $\frac{1}{10}$ av de grønne.

Vi trekker tilfeldig et eple fra denne kassa og innfører disse hendingene:

R : Eplet er rødt

G : Eplet er grønt

S : Eplet er skadet

a) Finn $P(R \cap S)$

$$P(G \cap S) = P(R) \cdot P(R|S)$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{15} = \frac{3}{75} = \underline{\underline{\frac{1}{25}}}$$

b) Finn $P(G \cap S)$

$$P(G \cap S) = P(G) \cdot P(G|S)$$

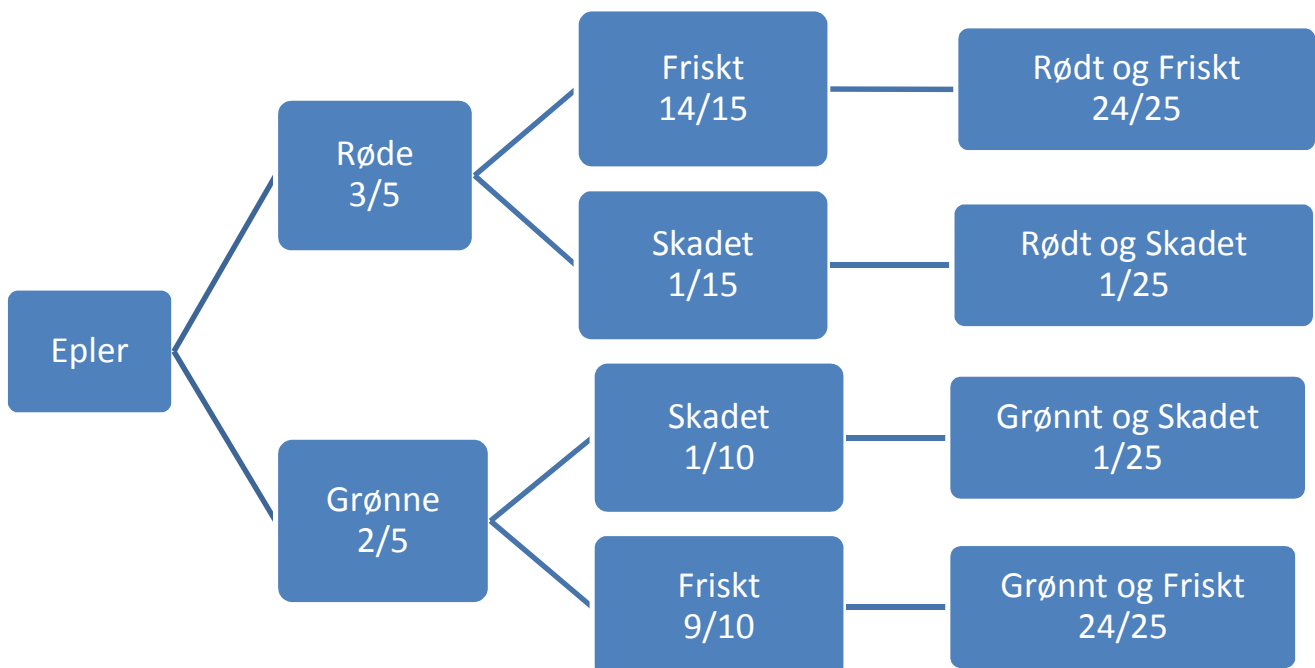
$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10} = \frac{2}{50} = \underline{\underline{\frac{1}{25}}}$$

c) Finn $P(S)$

$$P(S) = P(R) \cdot P(S|R) + P(G) \cdot P(S|G)$$

$$P(S) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{10} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{15}$$

$$P(S) = \frac{1}{25} + \frac{1}{25} = \underline{\underline{\frac{2}{25}}}$$



Oppgave 3.121

På en skole er $\frac{7}{15}$ av elevene gutter.

En vinter hadde $\frac{2}{7}$ av guttene influensa og $\frac{1}{12}$ av jentene influensa.

Vi velger tilfeldig en elev ved denne skolen og innfører hendingsene:

G : Eleven er en gutt.

J : Eleven er en jente.

I : Eleven har hatt influensa denne vinteren.

a) Finn $P(G \cap I)$

$$P(G \cap I) = P(G) \cdot P(G|I)$$

$$P(G \cap I) = \frac{7}{15} \cdot \frac{2}{7}$$

$$P(G \cap I) = \frac{1}{15} \cdot \frac{2}{1} = \underline{\underline{\frac{2}{15}}}$$

b) Finn $P(J \cap I)$

$$P(J \cap I) = P(J) \cdot P(J|I)$$

$$P(J \cap I) = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{3}$$

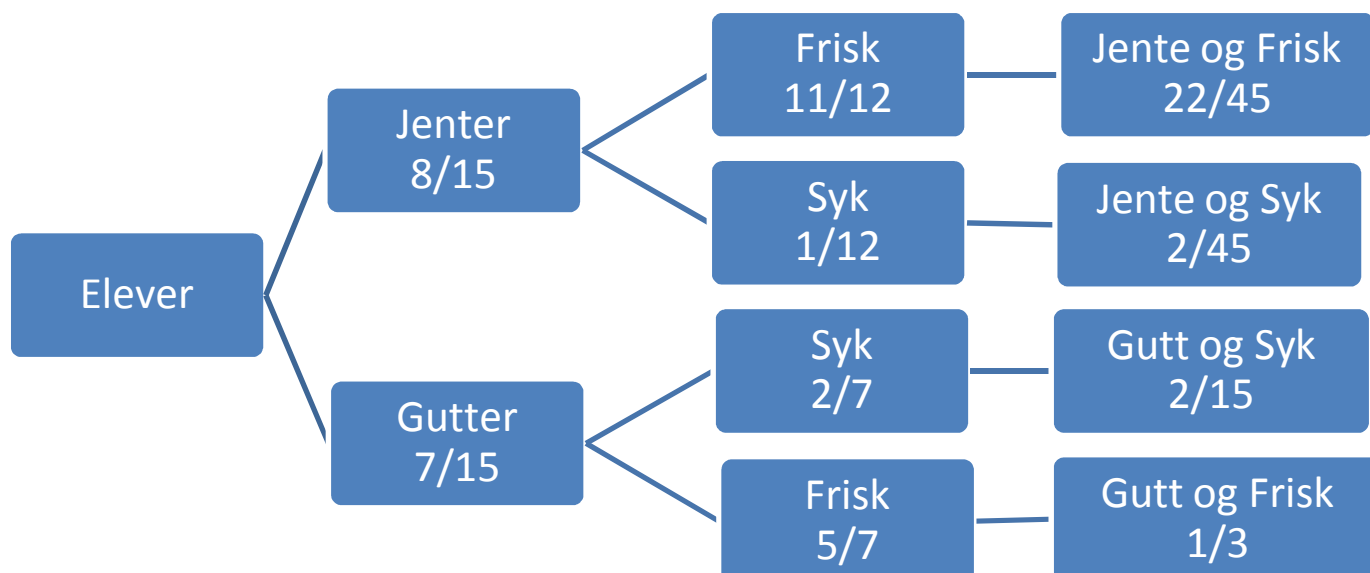
$$P(J \cap I) = \underline{\underline{\frac{2}{45}}}$$

c) Finn $P(I)$

$$P(I) = P(J) \cdot P(J|I) + P(G) \cdot P(G|I)$$

$$P(I) = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{12} + \frac{7}{15} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{15} \cdot \frac{2}{1}$$

$$P(I) = \frac{2}{45} + \frac{2}{15} = \frac{2}{45} + \frac{6}{45} = \underline{\underline{\frac{8}{45}}}$$



Oppgave 3.122

Ved en trafikkontroll av dekk og lys på biler var 10% av bilene eldre enn 10 år.

Av bilene som var eldre enn 10år. fikk $\frac{1}{4}$ mangelapp,

mens $\frac{1}{9}$ av resten fikk mangelapp. Vi veger en tilfeldig bil

fra kontrollen og innfører disse hendingene

E : Bilen er eldre enn 10 år

Y : Bilen er yngre enn 10 år

M : Bilen har fått mangelapp

a) Finn $P(E \cap M)$

$$P(E \cap M) = P(E)P(E|M)$$

$$P(E \cap M) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{4}$$

$$P(E \cap M) = \underline{\underline{\frac{1}{40}}}$$

b) Finn $P(Y \cap M)$

$$P(Y \cap M) = P(Y)P(Y|M)$$

$$P(Y \cap M) = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{1}$$

$$P(Y \cap M) = \underline{\underline{\frac{1}{10}}}$$

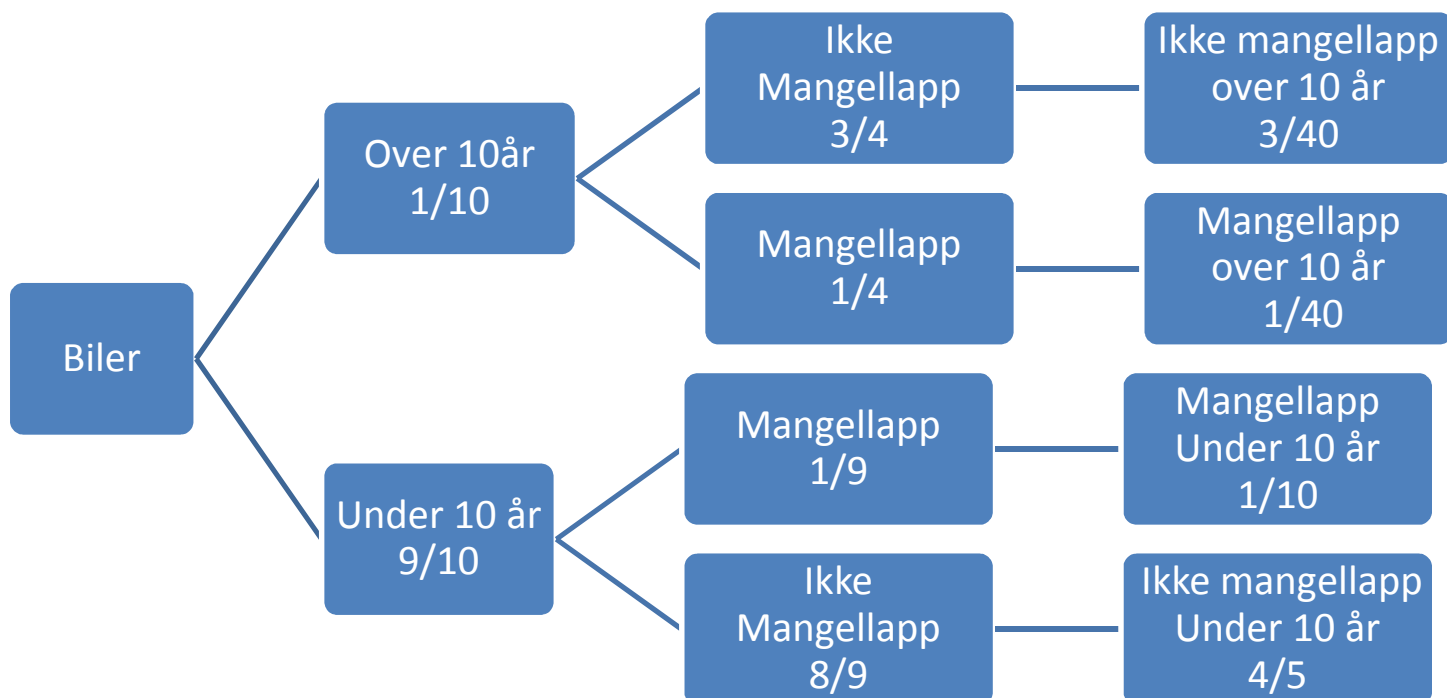
c) Finn $P(M)$

$$P(M) = P(Y)P(Y|M) + P(E)P(E|M)$$

$$P(M) = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{4}$$

$$P(M) = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} = \frac{4}{40} + \frac{1}{40}$$

$$P(M) = \frac{5}{40} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$



3.3 – Bayes-setningen

Oppgave 3.132

Roy og Svein er naboer og begge har kjøpt ny bil. Sannsynligheten for at Roy vasker bilen sin en tilfeldig dag i uka, er 0.25. Sannsynligheten for at Svein vasker bilen sin en tilfeldig valg dag, er 0.30. Dersom Roy vasker bilen sin, er sannsynligheten 0.60 for at svein også begynner å vaske bilen sin.

Vi innfører disse hendingene:

R : Roy vasker bilen sin.

S : Svein vasker bilen sin

a) Fortell med ord hva sannsynligheten $P(R|S)$ uttrykker.

$P(R|S)$ uttrykker hva sannsynligheten er for at Roy vasker bilen sin når vi vet at svein vasker bilen sin.

b) Regn ut $P(R|S)$

$$P(R|S) = \frac{P(R) \cdot P(S|R)}{P(S)}$$

$$P(R|S) = \frac{0.25 \cdot 0.60}{0.30} = \frac{0.15}{0.30} = \underline{\underline{0.50}}$$

Sannsynligheten for at Roy vasker bilen sin når svein vasker bilen sin er 0.50

Oppgave 3.131

På veien mellom Trangedal og Brattlia er det to tunneler A og B .

Sannsynligheten for at tunnel A er stengt på en tilfeldig valgt tidspunkt er 0.02. Sannsynligheten for at tunnel B er stengt, er 0.04. Dersom tunnel A er stengt, er sannsynligheten 0.70 for at også tunnel B er stengt.

Vi innfører disse hendingene:

A : Tunnel A er stengt.

B : Tunnel B er stengt.

a) Fortell med ord hva sannsynligheten

$P(A|B)$ uttrykker.

Sannsynligheten $P(A|B)$ uttrykker hvor stor sannsynligheten er for at tunnel A er stengt når vi vet at tunnel B er stengt.

b) Finn $P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{0.02 \cdot 0.70}{0.04} = \frac{0.014}{0.04} = \underline{\underline{0.35}}$$

Sannsynligheten for at tunnel A er stengt gitt at tunnel B er stengt er 0.35

Oppgave 3.132

Audun og Siv er kjæresten og går i samme klasse.

Sannsynligheten for at Audun er fraværende en tilfeldig

valgt skoledag, er 0.10. Sannsynligheten for at Siv

er fraværende en tilfeldig valgt skoledag, er 0,15. Dersom

Siv er fraværende, er sannsynligheten 0.50 for at også audun er borte.

a) Skriv hendingene og sannsynlighetsymboler

for de tre oppgitte sannsynligheten

$$P(A) = 0.10 \quad P(A) = \text{Audun er borte}$$

$$P(S) = 0.15 \quad P(S) = \text{Siv er borte}$$

$$P(A|S) = 0.50 \quad P(A|S) = \text{Audun er borte når Siv er borte}$$

b) Finn sannsynligheten for at Siv er fraværende når vi vet av Audun er det

$$P(S|A) = \frac{P(S) \cdot P(A|S)}{P(A)}$$

$$P(S|A) = \frac{0.15 \cdot 0.50}{0.10} = \frac{0.075}{0.10} = \underline{\underline{0.75}}$$

Sannsynligheten for at siv er fraværende når Audun er fraværende er 0.75

3.4 – Uavhengige hendinger

Oppgave 3.140

I Regndal er sannsynligheten 0.40 for at det regner på en tilfeldig valgt mandag.

Sannsynligheten for at det regner på en tilfeldig valgt tirsdag, er 0.35.

Sannsynligheten for at det regner både mandag og tirsdag i den samme uken, er 0.14. Vi velger en tilfeldig uke og innfører disse hendingsene:

M: Det regner på mandag

T: Det regner neste dag, Tirsdag.

a) Finn $P(T|M)$

$$P(T|M) = \frac{P(M \cap T)}{P(M)}$$

$$P(T|M) = \frac{0.14}{0.40}$$

$$P(T|M) = \underline{\underline{0.35}}$$

b) Er hendingsene M og T uavhengige ?

$$P(M) \cdot P(T) = P(T|M)$$

$$0.35 \cdot 0.40 = 0.14$$

$$0.14 = 0.14$$

$$P(T) = P(T|M)$$

Hendingene M og T er uavhengige

Oppgave 3.141

Jan og Anne går i samme klasse og er gode venner.

Sannsynligheten for at Jan har gjort matematikkleksa si en tilfeldig valgt dag, er 0.90. Sannsynligheten for at Anne har gjort den tislvarende leksa er, 0.80. Sannsynligheten for at begge har gjort leksa, er 0,70.

Vi innfører disse hendingne:

J : Jan har gjort leksa.

A : Anne har gjort leksa.

a) Finn $P(J|A)$

$$P(J|A) = \frac{P(J \cap A)}{P(A)}$$

$$P(J|A) = \frac{0.70}{0.80} = \underline{\underline{0.875}}$$

Sannsynligheten for at Jan har gjort leksa når Anne har gjort den er 0.875

b) Gjør de lekser uavhengig av hverandre ?

$$P(J \cap A) = P(A) \cdot P(J)$$

$$0.70 = 0.80 \cdot 0.90$$

$$0.70 = 0.72$$

Nei, de gjør ikke lekser uavhengig av hverandre

Oppgave 3.142

På et felt i Nordsjøen skal det prøvebores etter olje ved to punkter A og B. Sannsynligheten for å finne ved A, er 0.65, og sannsynligheten for å finne olje ved B er 0.40. Sannsynligheten for å finne olje ved både A og B er 0.26.

Finn ut om oljefunn ved de to punktene er uavhengig av hverandre.

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$$

$$0.65 \cdot 0.40 = 0.26$$

$$0.26 = 0.26$$

Oljefunn ved de to punktene er uavhengige

3.5 – Ordnete utvalg

Oppgave 3.150

Lise har seks bukser, åtte bluser

to jakker og tre par sko.

Hvor mange mer eller mindre smakfulle antrekk

kan bli av dette ?

$$K = 6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 3$$

$$K = 288$$

Det kan bli 288 mer eller mindre smakfulle antrekk av dette

Oppgave 3.151

Av bokstavene i ordet UTVALG skal du lage

en kode på fire bokstaver.

a) Hvor mange slike koder er det mulig å lage

hvis hver bokstav kan bli brukt flere ganger ?

$$K = 6^4$$

$$K = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$$

$$K = 1296$$

Det er mulig å lage 1296 koder om hver bokstav kan bli brukt flere ganger.

b) Hvor mange slike koder er det mulig å lage

hvis hver bokstav bare kan brukes en gang ?

$$K = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$K = 360$$

Det er mulig å lage 360 koder om hver bokstav bare kan bli brukt en gang

Oppgave 3.152

Et spørreskjema har seks spørsmål med fire svar alternativer.
Du skal krysse av for ett svaralternativ på hvert av spørsmålene.
Hvor mange måter kan du gjøre dette på

$$K = 4^6$$

$$K = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$$K = 4096$$

Du kan gjøre dette på 4096 forskjellige måter

Oppgave 3.153

En buss har åtte ledige seter. På en holdeplass
kommer det fem nye passasjerer som alle vil sitte.
Hvor mange måter kan de sette seg på?

$$K = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$$

$$K = 6720$$

De kan sette seg på 6720 forskjellige måter

Oppgave 3.154

Pernille har kjøpt fem kinobilletter til seg og fire venniner.
Billettene er til fem seter ved siden av hverandre.

a) Hvor mange måter kan Pernille dele ut de fem billettene på ?

$$K = 5!$$

$$K = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$K = 120$$

Hun kan dele ut de fem billettene på 120 forskjellige måter

b) Pernille vil sitte i midten. Hvor mange måter kan hun
nå dele ut billettene på ?

$$K = 1 \cdot 4!$$

$$K = 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$K = 24$$

Hun kan nå dele ut billettene på 24 forskjellige måter

3.6 – Uordnede utvalg

Oppgave 3.160

Lisbeth har sju ulike joggeruter. Hun løper tre av disse rutene hver uke. Hvor mange ulike valg av joggeruter kan hun da gjøre hvis vi ser bort fra rekkefølgen hun løper dem i?

$$K = \binom{7}{3}$$

$$K = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 7 \cdot 5$$

$$K = 35$$

Hun har 35 ulike valg av joggeruter om vi ser bort ifra rekkefølger hun jøgger dem i

Oppgave 3.161

Hver dag ligger det seks forskjellige frukter på et fat.

a) En dag får du velge to av fruktene.

Hvor mange ulike måter kan du gjøre dette på ?

$$K = \binom{6}{2}$$

$$K = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1}$$

$$K = 3 \cdot 5$$

$$K = 15$$

Man kan velge to av seks frukter på 15 ulike måter

b) En annen dag får du ta med deg fire av fruktene.

Hvor mange ulike måter kan du gjøre det på ?

$$K = \binom{6}{4}$$

$$K = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 3 \cdot 5$$

$$K = 15$$

Man kan velge fire ut av seks frukter på 15 ulike måter

c) Hvorfor får vi det samme svaret på oppgave a og b ?

Det å velge to frukter er det samme som å velge bort fire frukter

Oppgave 3.162

Et lilleputtlag i fotball har i alt ti spillere. Til en kamp skal treneren ta ut sju spillere som skal spille fra start.

- a) Hvor mange måter kan han ta ut disse spillerne på når alle kan spille på alle plasser ?

$$K = \binom{10}{7}$$

$$K = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 5 \cdot 3 \cdot 8$$

$$K = 120$$

Han kan ta ut disse spillerene på 120 forskjellige måter.

- b) Hvor mange lag oppstillinger kan han få med disse syv spillerene ?

$$K = 7!$$

$$K = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$K = 5040$$

Han kan få til 5040 lag oppstillinger med disse syv spillerene

Oppgave 3.163

En campingplass har ti ledige hytter. Så kommer det tre familier som vil leie en hytte hver.

- a) På hvor mange forskjellige måter kan disse tre familiene bli innlosjert i tre av hyttene ?

$$K = 10 \cdot 9 \cdot 8$$

$$K = 720$$

De tre familiene kan bli innlosjert i de tre hyttene på 720 forskjellige måter

- b) På hvor mange forskjellige måter kan eieren plukke ut de tre hyttene som skal leies ut ?

$$K = \binom{10}{3}$$

$$K = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 5 \cdot 3 \cdot 8$$

$$K = 120$$

Eieren kan plukke ut de tre hyttene som skal leies ut på 120 forskjellige måter

Oppgave 3.164

I en klasse er det 12 jenter og 18 gutter.

Til et bestemt prosjektarbeid skal 3 jenter og 5 gutter trekkes tilfeldig ut av klassen.

Hvor mange måter kan dette gjøres på ?

$$K(3J \cap 5G) = \binom{12}{3} \cdot \binom{18}{5}$$

$$K(3J \cap 5G) = \left(\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} \right) \cdot \left(\frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)$$

$$K(3J \cap 5G) = (4 \cdot 11 \cdot 5) \cdot (9 \cdot 17 \cdot 4 \cdot 14)$$

$$K(3J \cap 5G) = (220) \cdot (8568)$$

$$K(3J \cap 5G) = 1\,884\,960$$

Man kan velge ut 3 jentet og 5 gutter på 1 884 960 ulike måter

3.7 – Binomiske forsøk

Oppgave 3.170

Du kaster en terning seks ganger.

a) Hva er sannsynligheten for at du får akkurat en sekser ?

$$P(1) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5$$

$$P(1) = 6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3125}{7776}$$

$$P(1) = \frac{3125}{7776}$$

$$P(1) = 0.401878$$

Sannsynligheten for at du får akkurat en sekser er 0.401

b) Hva er sannsynligheten for at du får to seksere ?

$$P(2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$P(2) = \left(\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1}\right) \cdot \left(\frac{1}{6 \cdot 6}\right) \cdot \left(\frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6}\right)$$

$$P(2) = (15) \cdot \left(\frac{1}{36}\right) \cdot \left(\frac{625}{1296}\right)$$

$$P(2) = \frac{9375}{46656} = \frac{3125}{15552}$$

$$P(2) = 0.20094$$

Sannsynligheten for at du får to seksere er 0.200

c) Hva er sannsynligheten for at du får tre seksere ?

$$P(3) = \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$P(3) = \left(\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \cdot \left(\frac{1}{6 \cdot 6 \cdot 6}\right) \cdot \left(\frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6}\right)$$

$$P(3) = (2 \cdot 5 \cdot 2) \cdot \left(\frac{1}{216}\right) \cdot \left(\frac{125}{216}\right)$$

$$P(3) = (20) \cdot \left(\frac{625}{46656}\right)$$

$$P(3) = \frac{12500}{46656} = \frac{625}{11664}$$

$$P(3) = 0.053584$$

Sannsynligheten for at du får tre seksere er 0.053

Oppgave 3.166

En lekseprøve inneholder fire oppgaver hver med tre svar alternativer. Eivind hadde ikke gjort lekse si og må derfor krysse av tilfeldig på alle oppgavene.

- a) 1) Hva er sannsynligheten for at han svarer riktig på den første oppgaven ?

$$R = \frac{1}{3}$$

Sannsynligheten for at han svarer riktig på den første oppgaven er $\frac{1}{3}$

- 2) Hva er sannsynligheten for at han svarer galt på den første oppgaven ?

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{3}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$$

Sannsynligheten for at han svarer galt på den første oppgaven er $\frac{2}{3}$

- b) Hva er sannsynligheten for at han får riktig svar på alle oppgavene ?

$$P(3) = \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{4-4}$$

$$P(3) = 1 \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}\right)^4 \cdot 1$$

$$P(3) = \frac{1}{81}$$

$$P(3) = 0.012346$$

Sannsynligheten for at han får riktig svar på alle oppgavene er 0.012

c) Hva er sannsynligheten for at han ikke klarer noen av oppgavene ?

$$P(0) = \binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{4-4}$$

$$P(0) = \binom{4}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{4-0}$$

$$P(0) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$$

$$P(0) = \frac{16}{81}$$

$$P(0) = 0.19753$$

Sannsynligheten for at han ikke klarer å svare på noen av spørsmålene er 0.197

d) Hva er sannsynligheten for at han klarer to av de fire oppgavene ?

$$P(2) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2-4}$$

$$P(2) = \binom{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot 3}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3}\right)$$

$$P(2) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right) \cdot \left(\frac{4}{9}\right)$$

$$P(2) = \frac{24}{81} = \frac{8}{27}$$

$$P(2) = 0.296296$$

Sannsynligheten for at han klarer to av de fire oppgaven er 0.296

Oppgave 3.172

Sannsynligheten er 0.15 for at en tilfeldig valgt norsk rekrutt har en høyde over 187 cm. En patrulje består av fem rekrutter.

a) Hva er sannsynligheten for at alle fem er under 187 cm ?

$$P(0) = \binom{5}{0} \left(\frac{3}{20}\right)^0 \left(\frac{17}{20}\right)^{5-0}$$

$$P(0) = \left(\frac{17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17}{20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20}\right)$$

$$P(0) = \frac{1419857}{3200000}$$

$$P(0) = 0.44371$$

Sannsynligheten for at alle fem er under 187 cm 0.443

b) Hva er sannsynligheten for at akkurat én er over 187 cm ?

$$P(1) = \binom{5}{1} \left(\frac{3}{20}\right)^1 \left(\frac{17}{20}\right)^{5-1}$$

$$P(1) = (5) \left(\frac{3}{20}\right) \left(\frac{17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17}{20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20}\right)$$

$$P(1) = \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{83521}{160000}\right)$$

$$P(1) = \frac{250563}{640000}$$

$$P(1) = 0.39150$$

Sannsynligheten for at akkurat én er over 187cm er 0.391

c) Hva er sannsynligheten for akkurat to er over 187 cm ?

$$P(2) = \binom{5}{2} \left(\frac{3}{20}\right)^2 \left(\frac{17}{20}\right)^{5-2}$$

$$P(2) = \left(\frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 1}\right) \left(\frac{3 \cdot 3}{20 \cdot 20}\right) \left(\frac{17 \cdot 17 \cdot 17}{20 \cdot 20 \cdot 20}\right)$$

$$P(2) = (5) \left(\frac{9}{400}\right) \left(\frac{4913}{8000}\right)$$

$$P(2) = \frac{44217}{320000}$$

$$P(2) = 0.13818$$

Sannsynligheten for akkurat to er over 187 cm er 0.138

3.8 – Hypergeometriske forsøk

Oppgave 3.166

I en kurv ligger det 4 grønne og 5 røde epler.

Du trekker tilfeldig fire epler fra kurven.

a) Regn ut

$$\frac{\binom{4}{2}\binom{5}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{\left(\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}\right)\left(\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)} = \frac{(2 \cdot 3)(5 \cdot 2)}{(3 \cdot 7 \cdot 6)} = \frac{(5 \cdot 2)}{(7 \cdot 3)} = \frac{10}{21} = \underline{\underline{0.47619}}$$

Hvilken sannsynlighet har du her regnet ut ?

Her har man regnet ut sannsynligheten for å trekke 2 røde og 2 grønne epler

b) Finn sannsynligheten for at du trekker et grønt og tre røde epler.

$$\frac{\binom{4}{1}\binom{5}{3}}{\binom{9}{4}} = \frac{(4)\left(\frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)} = \frac{(4)(5 \cdot 2)}{(3 \cdot 7 \cdot 6)} = \frac{(2 \cdot 5 \cdot 2)}{(7 \cdot 3 \cdot 3)} = \frac{20}{63} = \underline{\underline{0.31746}}$$

Sannsynligheten for at du trekker et grønt og tre røde er 0.317

c) Finn sannsynligheten for at du trekker et grønt og tre røde epler.

$$\frac{\binom{4}{3}\binom{5}{1}}{\binom{9}{4}} = \frac{\left(\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right)\left(\frac{5}{1}\right)}{\left(\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)} = \frac{(4)(5)}{(3 \cdot 7 \cdot 6)} = \frac{(2 \cdot 5)}{(7 \cdot 3 \cdot 3)} = \frac{10}{63} = \underline{\underline{0.15873}}$$

Sannsynligheten for at du trekker tre grønne og et rødt er 0.158

d) Finn sannsynligheten for at du trekker ut fire røde epler.

$$\frac{\binom{4}{4}\binom{5}{0}}{\binom{9}{4}} = \frac{\left(\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \cdot (1)}{\left(\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)} = \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 7 \cdot 3} = \frac{2}{63} = \underline{\underline{0.031746}}$$

Sannsynligheten for at du trekker ut fire røde epler er 0.0317

Oppgave 3.181

I en klasse med 26 elever er det 12 gutter.

En gruppe på sju elever skal ved loddtrekning trekkes ut til en muntlig eksamen.

a) Regn ut

$$\frac{\binom{12}{3}\binom{14}{4}}{\binom{26}{7}} = \frac{\left(\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right)\left(\frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)} = \frac{(2 \cdot 11 \cdot 10)(7 \cdot 13 \cdot 11)}{26 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 23 \cdot 22} = \frac{(11)(7)}{5 \cdot 23 \cdot 2} = \frac{77}{230} = \underline{\underline{0.33478}}$$

Hvilken sannsynlighet har du her regnet ut ?

Her har vi regnet ut sannsynligheten for at

3 gutter og 4 jenter blir trekt ut til muntlig eksamen

b) Finn sannsynligheten for at gruppen består av 2 gutter og 5 jenter

$$\frac{\binom{12}{2}\binom{14}{5}}{\binom{26}{7}} = \frac{\left(\frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1}\right)\left(\frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)} = \frac{(6 \cdot 11)(14 \cdot 13 \cdot 11)}{26 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 23 \cdot 22} = \frac{(3 \cdot 11)(7)}{25 \cdot 2 \cdot 23} = \frac{231}{1150} = \underline{\underline{0.20087}}$$

Sannsynligheten for at 2 gutter og tre jenter blir trekt ut er 0.200

c) Finn sannsynligheten for at bare jenter blir trekt ut

$$\frac{\binom{12}{0}\binom{14}{7}}{\binom{26}{7}} = \frac{\left(\frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)} = \frac{2 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{26 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 23 \cdot 22} = \frac{3}{25 \cdot 23} = \frac{3}{575} = \underline{\underline{0.0052174}}$$

Finn sannsynligheten for at bare jenter blir trekt ut er 0.00521

Oppgave 3.182

I et lotteri er det 50 lodd. 10 av loddene gir en gevinst.
Knut kjøper 4 lodd.

- a) Hvor mange ulike kombinasjoner av
4 lodd fins det blant de 50 loddene ?

$$K = \binom{50}{4} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 50 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 47 = 2\,303\,00$$

Det finnes 2 303 00 ulike kombinasjoner av 4 lodd blant de 50 loddene

- b) Hva er sannsynligheten for at han vinner på akkurat
et av loddene ?

$$\frac{\binom{10}{1} \binom{40}{3}}{\binom{50}{4}} = \frac{(10) \left(\frac{40 \cdot 39 \cdot 38}{3 \cdot 2 \cdot 1} \right)}{\left(\frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)} = \frac{(10)(20 \cdot 13 \cdot 38)}{(50 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 47)} = \frac{(2 \cdot 13 \cdot 38)}{(49 \cdot 47)} = \frac{988}{2303} = \underline{\underline{0.42901}}$$

Sannsynligheten for at han vinner på akkurat et av loddene er 0.429

- c) Hva er sannsynligheten for at Knut vinner på to av loddene ?

$$\frac{\binom{10}{2} \binom{40}{2}}{\binom{50}{4}} = \frac{\left(\frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} \right) \left(\frac{40 \cdot 39}{2 \cdot 1} \right)}{\left(\frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)} = \frac{(5 \cdot 9)(20 \cdot 39)}{(50 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 47)} = \frac{(9)(39)}{(49 \cdot 47)} = \frac{359}{2303} = \underline{\underline{0.15588}}$$

Sannsynligheten for at Knut vinner på to av loddene er 0.155

- d) Hva er sannsynligheten for at Knut ikke vinner på noen av loddene ?

$$\frac{\binom{10}{0} \binom{40}{4}}{\binom{50}{4}} = \frac{(1) \left(\frac{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)}{\left(\frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)} = \frac{(5 \cdot 13 \cdot 38 \cdot 37)}{(50 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 47)} = \frac{(13 \cdot 19 \cdot 37)}{(10 \cdot 49 \cdot 47)} = \frac{9139}{23030} = \underline{\underline{0.39683}}$$

Sannsynligheten for at Knut ikke vinner på noen av loddene er 0.396

Kategori 2

3.1 – Betinget sannsynlighet

Oppgave 3.210

I ei kasse ligger det 42 standard lyspærer.

20 av pærene er merket med 40 W og resten 60 W.

3 av pærene merket 40 W og 6 av pærene merket 60 W er defekte.

Vi trekker tilfeldig en pære fra kassa.

a) Lag hendinger som passer med teksten ovenfor

$(W40)$: 40 watt pære.

$(W60)$: 20 watt pære.

(D) : Pæren er defekt.

(N) : Pæren er ikke defekt

b) Hva er sannsynligheten for at pæren er defekt ?

$$P(D) = \frac{3+6}{20+22} = \frac{9}{42} = \frac{3}{14}$$

Sannsynligheten for at pæren er defekt er $\frac{3}{14}$

c) Hva er sannsynligheten for at pæren lyser normalt når den er merket med 60W ?

$$\begin{aligned} (N|W60) &= 1 - (D|W60) \\ &= 1 - \frac{6}{22} = \frac{22}{22} - \frac{6}{22} = \frac{16}{22} = \frac{8}{11} \end{aligned}$$

Sannsynligheten for at pæren lyser normalt når den er merket 60W er $\frac{8}{11}$

d) Vi trekker en defekt pære hva er sannsynligheten for at den er 40W ?

$$(W40|D) = \frac{(W40) \cdot (D|W40)}{P(D)}$$

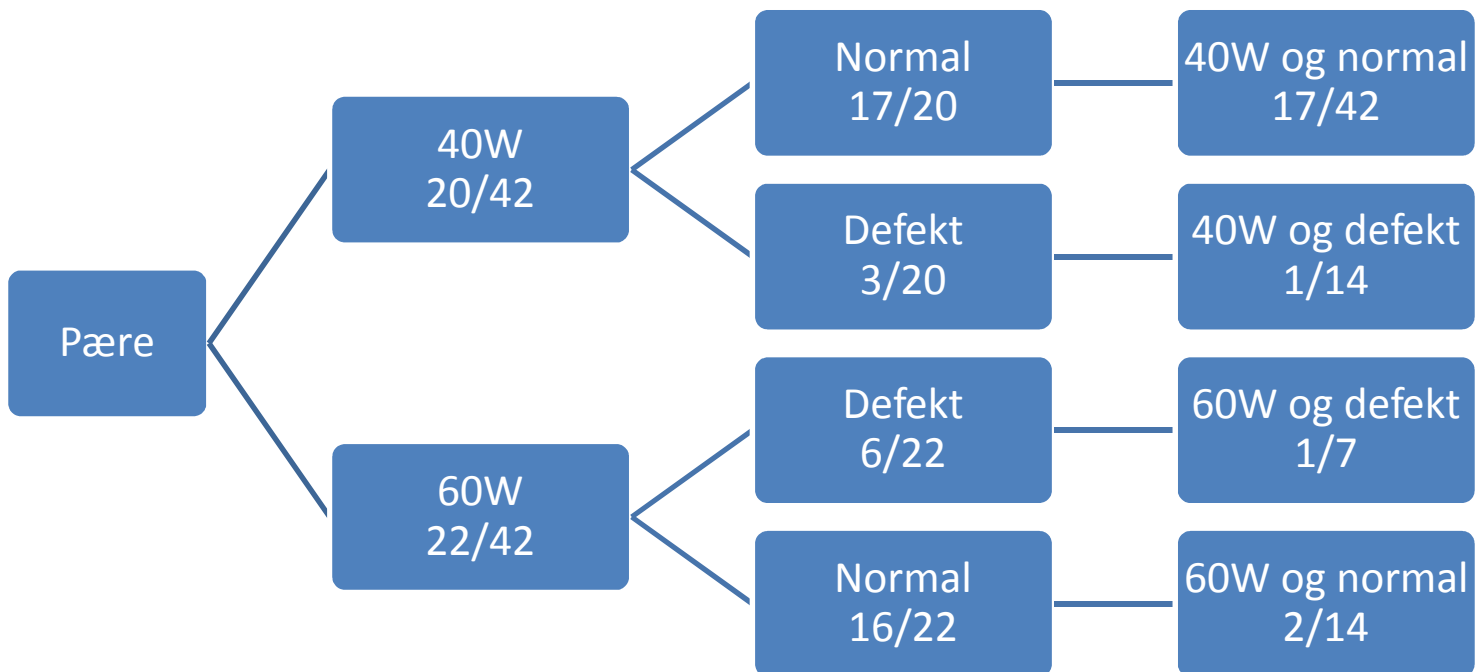
$$(W40|D) = \left(\frac{20}{42} \cdot \frac{3}{20} \right) : \left(\frac{3}{14} \right)$$

$$(W40|D) = \left(\frac{10}{21} \cdot \frac{3}{20} \right) \cdot \left(\frac{14}{3} \right)$$

$$(W40|D) = \left(\frac{1}{21} \cdot \frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{14}{1} \right)$$

$$(W40|D) = \frac{14}{42} = \frac{1}{3}$$

Sannsynligheten for at pæren er 40W når vi vet at den er defekt er $\frac{1}{3}$



Oppgave 3.211

I en klasse på vg2 med 12 gutter og 18 jenter har 8 av guttene og 10 av jentene valgt matematikk faget R1. Blant guttene som har valgt R1 har 3 i tillegg valgt matematikkurset X, Blant jentene som har valgt R1, er det 4 som har valgt X.

b) Hva er sannsynligheten for at eleven har valgt R1 når vi vet at det er ei jente ?

$$(R1|J) = \frac{10}{18} = \underline{\underline{\frac{5}{9}}}$$

Sannsynligheten for at eleven har valgt R1 når vi vet at det er ei jente er $\frac{5}{9}$

c) Hva er sannsynligheten for at eleven har valgt X når vi vet at det er en gutt.

$$(X|G) = \frac{3}{12} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

Sannsynligheten for at eleven har valgt X når vi vet at det er en gutt er $\frac{1}{4}$

d) Hva er sannsynligheten for at eleven har valgt både R1 og X ?

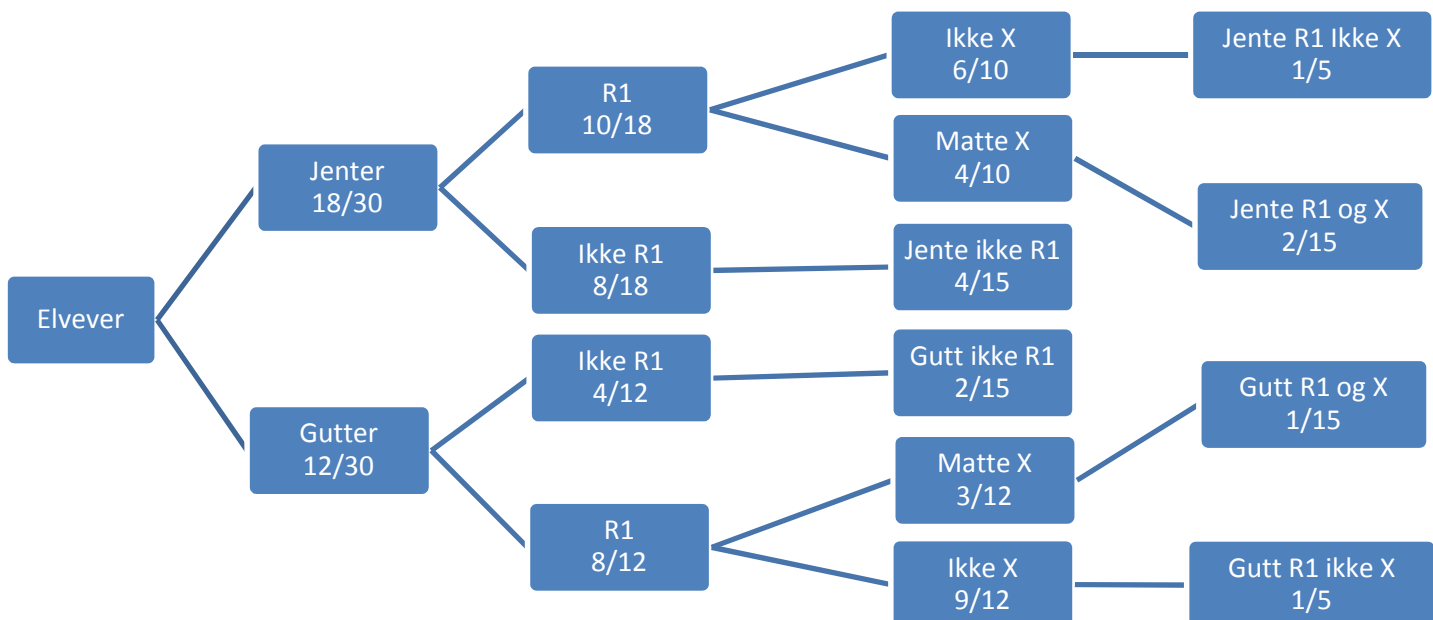
$$P(R1 \cap X) = P(J \cap R1 \cap X) + P(G \cap R1 \cap X)$$

$$P(R1 \cap X) = P(J) \cdot P(R1|J) \cdot P(X|R1|J) + P(G) \cdot P(R1|G) \cdot P(X|R1|G)$$

$$P(R1 \cap X) = \left(\frac{18}{30} \cdot \frac{10}{18} \cdot \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{12}{30} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{3}{12}\right) = \left(\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1}\right) + \left(\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1}\right)$$

$$P(R1 \cap X) = \frac{2}{15} + \frac{1}{15} = \frac{3}{15} = \underline{\underline{\frac{1}{5}}}$$

Sannsynligheten for at eleven har valgt både R1 og X er $\frac{1}{5}$



Oppgave 3.212

I en kurv ligger det 30 blå og 12 grønne badebukser.

Blant de blå er 8 merket M (medium) og blant de grønne er 9 merket med M.

Resten av bksene er merket med L (large).

Vi trekker tilfeldig ei badebukse fra kurven.

a) Lag hendinger som passer med teksten ovenfor

(B) : Blå badebukse

(G) : Grønn badebukse

(M) : Medium badebukse

(L) : Large badebukse

b) Hva er sannsynligheten for at badebuksen er

1) Blå

$$P(B) = \frac{30}{30+12} = \frac{30}{42} = \underline{\underline{\frac{5}{7}}}$$

2) Grønn

$$P(G) = \frac{12}{30+12} = \frac{12}{42} = \underline{\underline{\frac{2}{7}}}$$

c) Hva er sannsynligheten for at buksen er merket M når vi vet at den er blå ?

$$P(B|M) = \frac{8}{30} = \underline{\underline{\frac{4}{15}}}$$

Sannsynligheten for at buksen er merket M når vi vet at den er blå er $\frac{4}{15}$

d) Hva er sannsynligheten for at buksen er grønn når vi vet at den er merket L ?

$$P(G|L) = \frac{3}{22+3} = \underline{\underline{\frac{3}{25}}}$$

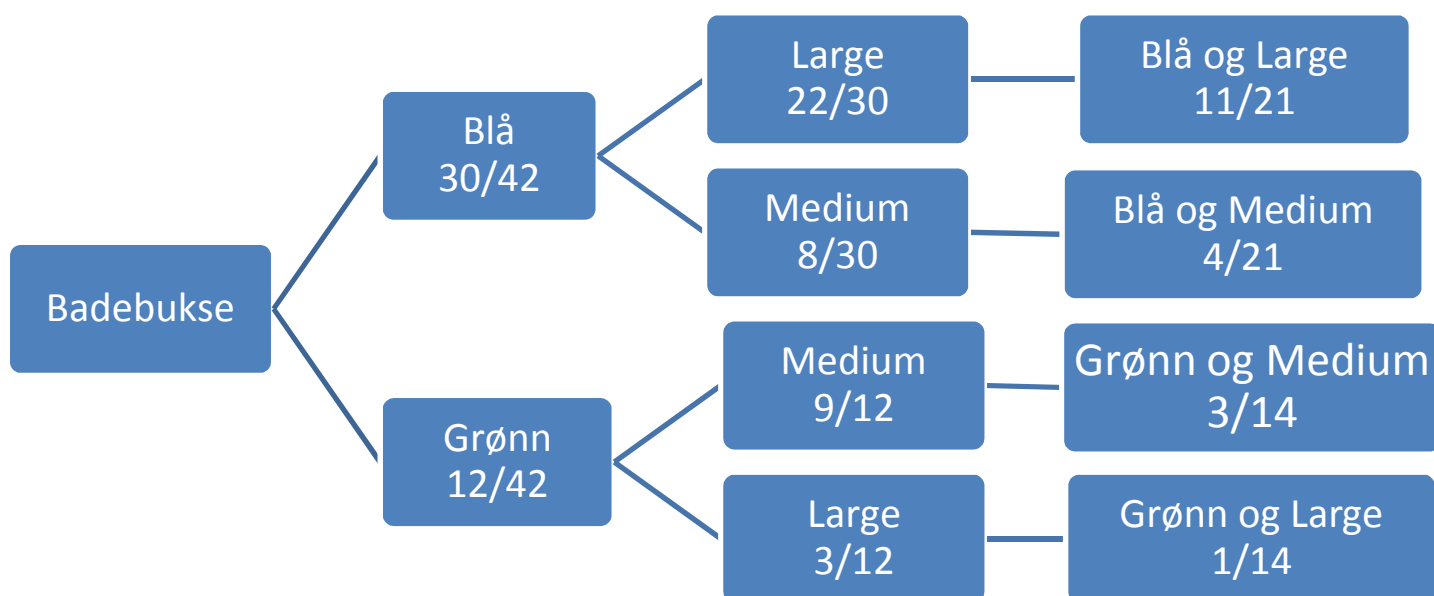
Sannsynligheten for at buksen er grønn når vi vet at den er merket L er $\frac{3}{25}$

e) Hva er sannsynligheten for at buksa er blå og merket med L ?

$$P(B \cap L) = P(B) \cdot P(B|L)$$

$$P(B \cap L) = \frac{30}{30+12} \cdot \frac{30-9}{30} = \frac{30}{42} \cdot \frac{22}{30} = \frac{5}{7} \cdot \frac{11}{15} = \frac{1}{7} \cdot \frac{11}{3} = \underline{\underline{\frac{11}{21}}}$$

Sannsynligheten for at buksa er blå og merket med L er $\frac{11}{21}$



Oppgave 3.213

Fra en godt stokket kortstokk trekker du to kort etter hverandre.

a) Hva er sannsynligheten for at begge kortene er røde ?

$$P(R \cap R) = \frac{13+13}{52} \cdot \frac{25}{51} = \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{51} = \frac{25}{102}$$

Sannsynligheten for at begge kortene er røde er $\frac{25}{102}$

b) Hva er sannsynligheten for at begge kortene har en tallverdi mindre enn ti når vi regner at S har tallverdi 1 ?

$$P(V < 10) = \frac{(13-4) \cdot 4}{52} \cdot \frac{(13-4) \cdot 4 - 1}{51} = \frac{36}{52} \cdot \frac{35}{51} = \frac{3}{13} \cdot \frac{35}{17} = \frac{105}{221}$$

Sannsynligheten for at begge kortene har en tallverdi mindre enn ti er $\frac{6}{21}$

c) Hva er sannsynligheten for at begge kortene er billedkort (ikke ess) ?

$$P(\text{Bilde}) = \frac{3 \cdot 4}{52} \cdot \frac{11}{51} = \frac{3}{13} \cdot \frac{11}{51} = \frac{1}{13} \cdot \frac{11}{17} = \frac{11}{221}$$

Sannsynligheten for at begge kortene er billedkort er $\frac{11}{221}$

d) Hva er sannsynligheten for at akkurat et av kortene er et ess ?

$$P(S) = P(S) \cdot P(\text{Ikke } S) + P(\text{Ikke } S) \cdot P(S)$$

$$P(S) = \frac{4}{52} \cdot \frac{48}{51} + \frac{48}{52} \cdot \frac{4}{51} = \frac{1}{13} \cdot \frac{16}{17} + \frac{12}{13} \cdot \frac{4}{51}$$

$$P(S) = \frac{1}{13} \cdot \frac{16}{17} + \frac{4}{13} \cdot \frac{4}{17} = \frac{16}{221} + \frac{16}{221} = \frac{32}{221}$$

Sannsynligheten for at akkurat et av kortene er et ess er $\frac{32}{221}$

Oppgave 3.213

I ei dyp skål ligger det 6 røde og 12 svarte sukkertøy.

Du trekker tilfeldig to av sukkertøyene.

a) Hva er sannsynligheten for at du trekker to svarte sukkertøy

$$P(2S) = \frac{12}{18} \cdot \frac{11}{17} = \frac{2}{3} \cdot \frac{11}{17} = \frac{22}{51}$$

Sannsynligheten for at du trekker to svarte sukkertøy er $\frac{22}{51}$

b) Hva er sannsynligheten for at du trekker to røde sukkertøy

$$P(2R) = \frac{6}{18} \cdot \frac{5}{17} = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{17} = \frac{5}{51}$$

Sannsynligheten for at du trekker to røde sukkertøy er $\frac{5}{51}$

c) Hva er sannsynligheten for at minst et av sukkertøyene er svart ?

$$P(2S \leq 2) = 1 - P(\overline{2S}) = 1 - (2R)$$

$$P(2S \leq 2) = 1 - \frac{5}{51} = \frac{51}{51} - \frac{5}{51} = \frac{46}{51}$$

Sannsynligheten for at minst et av sukkertøyene er svart er $\frac{46}{51}$

d) Hva er sannsynligheten for at minst et av sukkertøyene er rødt ?

$$P(R \leq 2) = 1 - P(\overline{2R}) = 1 - P(2S)$$

$$P(R \leq 2) = 1 - \frac{22}{51} = \frac{51}{51} - \frac{22}{51} = \frac{29}{51}$$

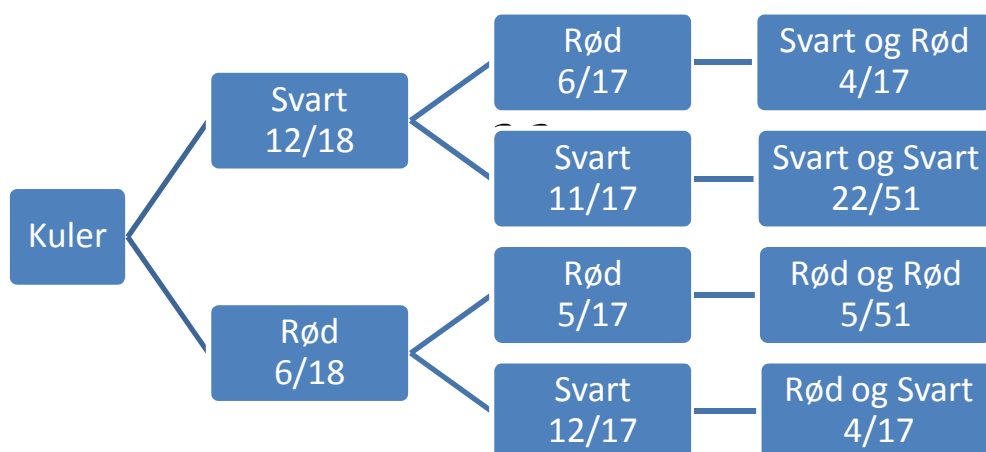
Sannsynligheten for at minst et av sukkertøyene er rødt er $\frac{29}{51}$

e) Hva er sannsynligheten for at akkurat ett av sukkertøyene er rødt ?

$$P|R| = P(S) \cdot P(R|S) + P(R) \cdot P(S|R)$$

$$P|R| = \frac{12}{18} \cdot \frac{6}{17} + \frac{6}{18} \cdot \frac{12}{17} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{17} + \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{17} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{17} + \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{17} = \frac{4}{17} + \frac{3}{17} = \frac{7}{17}$$

Sannsynligheten for at akkurat ett av sukkertøyene er rødt, er $\frac{7}{17}$



3.2 - Total sannsynlighet

Oppgave 3.220

I idretslaget aktiv er $\frac{5}{8}$ av alle medlemmene gutter.

$\frac{3}{5}$ av guttene og $\frac{1}{4}$ av jentene spiller fotball.

Vi velget tilfeldig et medlem.

a) Hva er sannsynligheten for at dette medlemmet spiller fotball ?

$$P(F) = P(G) \cdot P(F|G) + P(J) \cdot P(F|J)$$

$$P(F) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{3}{32} = \frac{12}{32} + \frac{3}{32} = \frac{15}{32}$$

Sannsynligheten for at dette medlemmet spiller fotball er $\frac{15}{32}$

b) Hva er sannsynligheten for at dette medlemmet

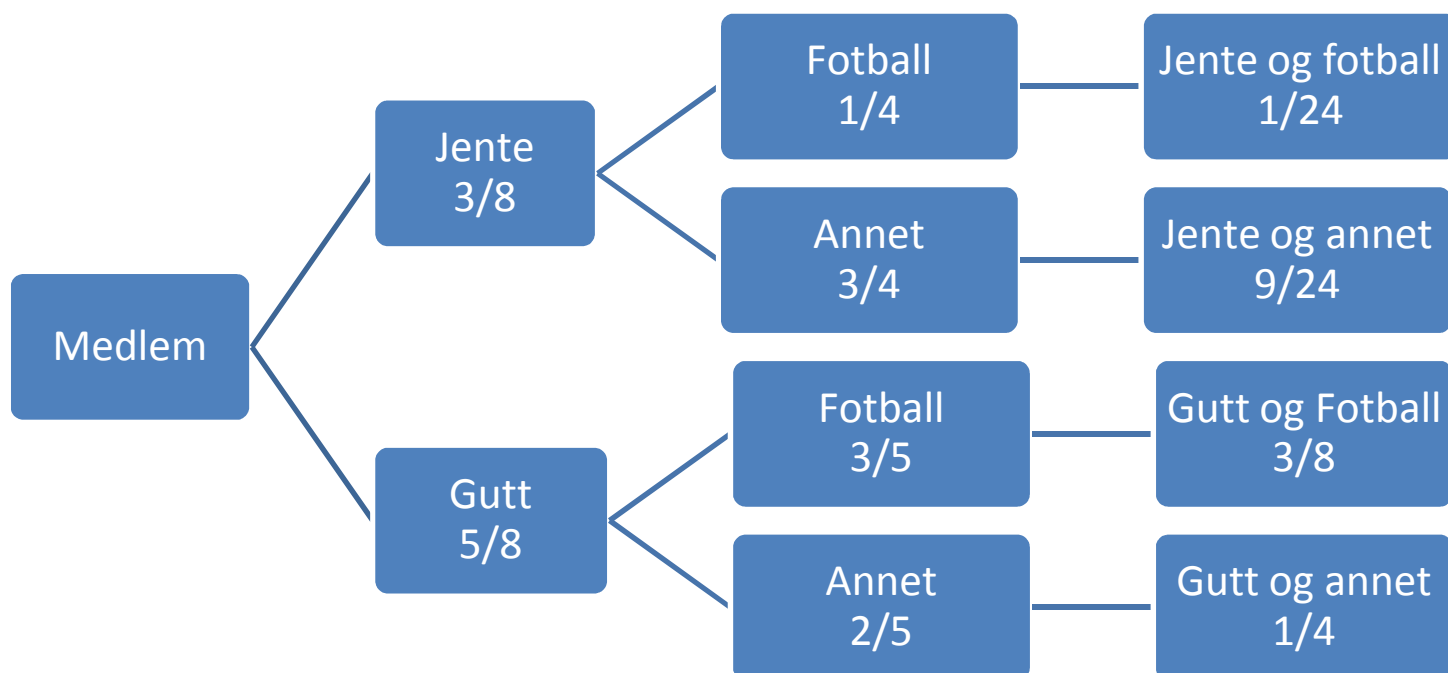
Er ei jente og driver med en annen idrett enn fotball.

$$P(J \cap \overline{F}) = P(J) \cdot P(\overline{F}|J) = (1 - P(G)) \cdot (1 - P(F|J))$$

$$P(J \cap \overline{F}) = \left(1 - \frac{5}{8}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \left(\frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{24}$$

Sannsynligheten for at dette medlemmet er en jente

og driver med en annen idrett enn fotball er $\frac{9}{24}$



Oppgave 3.221

På en arbeidsplass deltar $\frac{3}{5}$ av alle arbeidstakerne i den daglige lokale trimmen.

Av dem som trimmer har $\frac{1}{8}$ hatt mye fravær det siste året.

Blant de andre har $\frac{1}{4}$ hatt mye fravær det siste året.

Vi velger tilfeldig en arbeidstaker.

- a) Hva er sannsynligheten for at denne arbeidstakeren har vært mye fraværende det siste året ?

$$P(F) = P(T) \cdot P(F|T) + P(\bar{T}) \cdot P(\bar{F}|\bar{T})$$

$$P(F) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{40} + \frac{2}{20} = \frac{3}{40} + \frac{4}{40} = \underline{\underline{\frac{7}{40}}}$$

Sannsynligheten for at denne arbeidstakeren

har vært mye fraværende det siste året er $\frac{7}{40}$

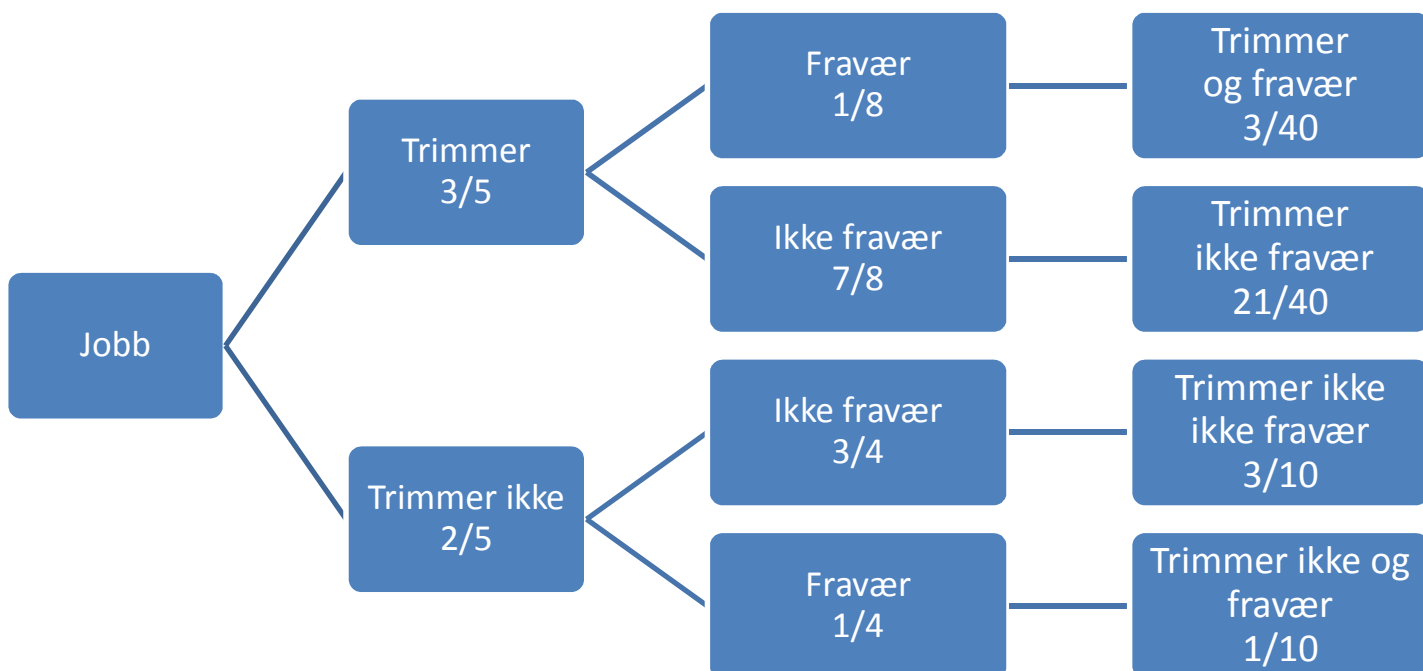
- b) Hva er sannsynligheten for at denne arbeidstakeren har hatt lite fravær det siste året ?

$$P(\bar{F}) = 1 - P(F)$$

$$P(\bar{F}) = 1 - \frac{7}{40} = \frac{40}{40} - \frac{7}{40} = \frac{33}{40}$$

sannsynligheten for at denne arbeidstakeren

har hatt lite fravær det siste året er $\frac{33}{40}$



Oppgave 3.221

På en øy ble 75% av alle innbyggeren vaksinert mot en smittsom sykdom. Likevell ble 15% smittet av sykdommen. Av dem som ikke ble vaksinert, ble 45% smittet.

a) Bruk symboler og finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt øyboer ble smittet.

$P(S)$: Smittet

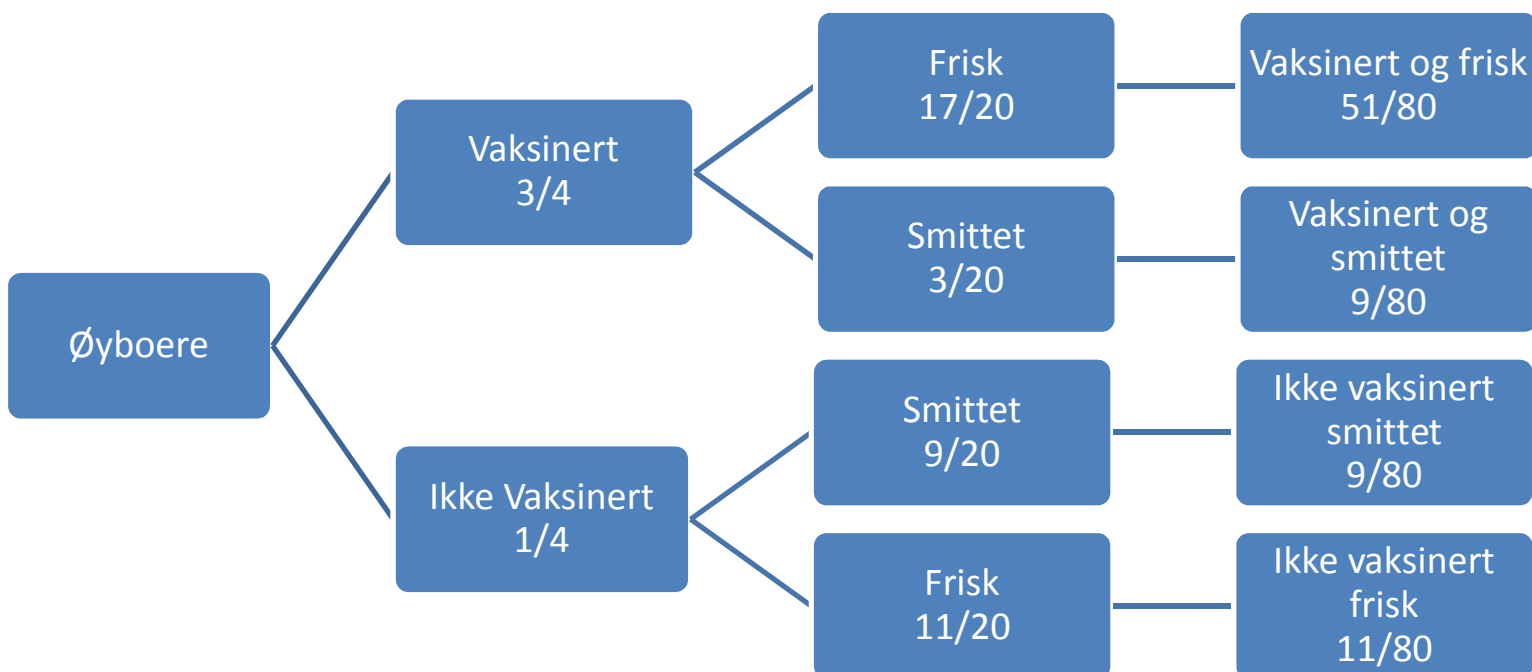
$P(V)$: Vaksinert

$P(\bar{V})$: Ikke vaksinert

$$P(S) = P(V) \cdot P(S|V) + P(\bar{V}) \cdot P(S|\bar{V})$$

$$P(S) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{20} + \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{20} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{20} + \frac{1}{4} \cdot \frac{9}{20} = \frac{9}{80} + \frac{9}{80} = \frac{18}{80} = \frac{9}{40} = 0.225$$

Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt øyboer ble smittet er 0.225



Oppgave 3.223

En importør kjøper inn alle kulepennene sine fra tre fabrikanter A, B, og C. 50% av kulepennene kjøpes inn fra A og 30% fra B. Fra A er 3% av pennene defekte, fra B 5% og fra C 12%. Vi ser på en tilfeldig valgt kulepenn fra importøren.

a) Finn sannsynligheten for at en defekt penn kommer fra A.

$$\frac{0.03}{0.05 + 0.12 + 0.03} = \frac{0.03}{0.20} = \underline{\underline{0.15}}$$

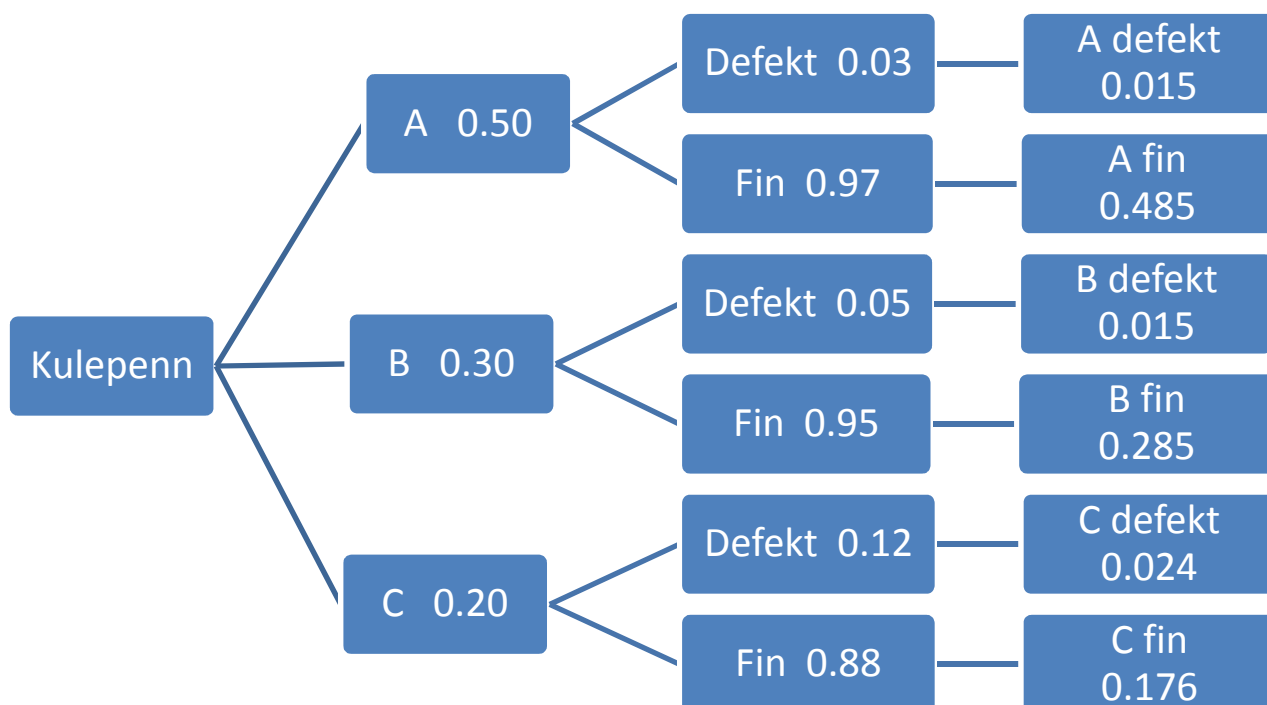
Sannsynligheten for at en defekt penn kommer fra A er 0.15

b) Hva er sannsynligheten for at en kulepennen er defekt?

$$P(D) = P(A) \cdot P(D|A) + P(B) \cdot P(D|B) + P(C) \cdot P(D|C)$$

$$P(D) = 0.50 \cdot 0.03 + 0.30 \cdot 0.05 + 0.20 \cdot 0.12 = 0.015 + 0.015 + 0.024 = \underline{\underline{0.054}}$$

Sannsynligheten for at en kulepennen er defekt er 0.054



Oppgave 3.224

Sannsynligheten for at Per lyver, er 0.75.

Han kaster terning, og vi spør ham om det ble en sekser.

a) Hva er sannsynligheten for at han svarer ja ?

$$P(Ja) = P(\bar{6} | Ja) \cdot P(Ja) + P(6 | Ja) \cdot P(Ja)$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{8} + \frac{1}{24} = \frac{15}{24} + \frac{1}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

Sannsynligheten for at han svarer ja, er $\frac{2}{3}$

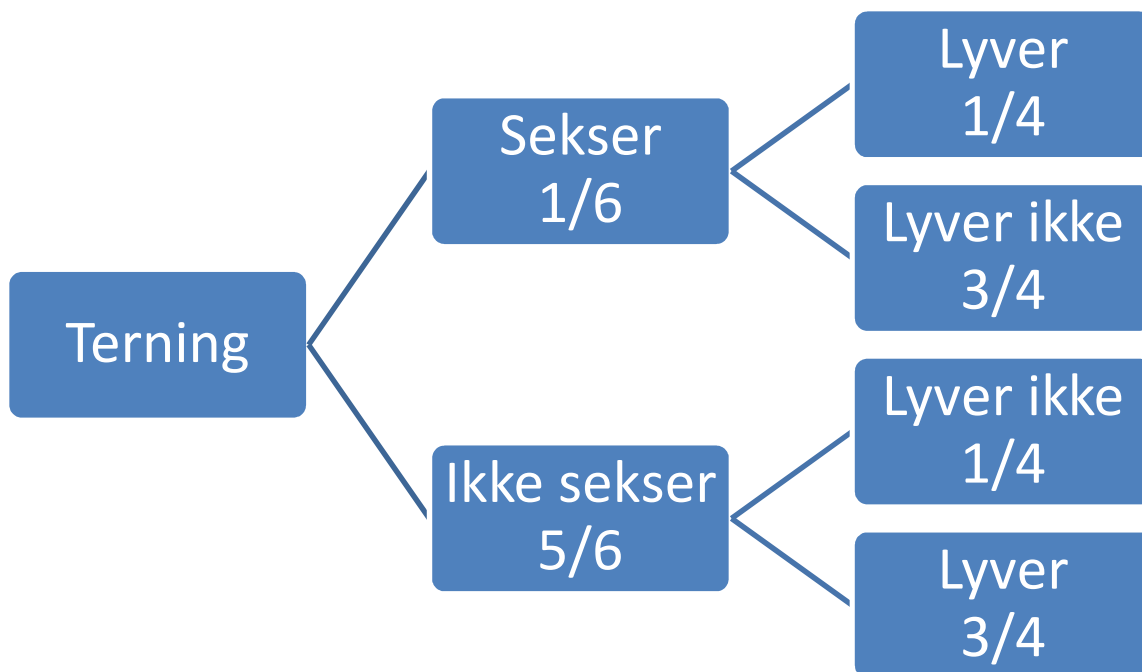
b) Hvis han svarer ja, hvor stor er da

sannsynligheten for at det var en sekser ?

$$P(6 | Ja) = \frac{P(6) \cdot P(ja | 6)}{P(ja)}$$

$$P(6 | Ja) = \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}$$

Hvis han svarer ja er sannsynligheten $\frac{1}{16}$ for at det var en sekser



3.3 – Bayes-setningen

Oppgave 3.230

I et samfunn er sannsynligheten 0.15 for at en tilfeldig valgt mann røyker og 0.20 for at en tilfeldig valgt kvinne røyker. Hvis en mann lever sammen med en kvinne og røyker, er sannsynlighetem 0.80 for at kvinnen røyker.

$$P(M) : 0.15$$

$$P(K) : 0.20$$

$$P(K | M) : 0.80$$

a) Finn sannsynligheten for at en mann som lever sammen med en kvinne, røyker når kvinnen gjør det.

$$P(M | K) = \frac{P(M) \cdot P(K | M)}{P(K)}$$

$$P(M | K) = \frac{0.15 \cdot 0.80}{0.20} = \frac{0.12}{0.20} = 0.6$$

Sannsynligheten for at en mann røyker når kvinnen røyker er 0.6

b) Finn sannsynligheten for at en mann og en kvinne som lever sammen begge røyker.

$$P(M \cap K) = P(K) \cdot P(M | K)$$

$$P(M \cap K) = 0.20 \cdot 0.6 = 0.12$$

Sannsynligheten for at både kvinnen og mannen røyker er 0.12

Oppgave 3.231

Hvis en elev får karakteren 4 eller bedre i et fag, sier vi at eleven har fått en god karakter i faget. på en videregående skole får 40% av elevene god karakter i matematikk og 50% god karakter i norsk. Hvis en tilfeldig valgt elev har fått god karakter i matematikk, er sannsynligheten 0.6 for at eleven har fått god karakter i norsk.

- a) En tilfeldig valgt elev har fått god karakter i norsk, hva er sannsynligheten for at eleven også har fått god karakter i matematikk ?

$$P(M | N) = \frac{P(M) \cdot P(N | M)}{P(N)}$$

$$P(M | N) = \frac{0.40 \cdot 0.60}{0.50} = \frac{0.24}{0.50} = \underline{\underline{0.48}}$$

Sannsynligheten for at en elev som har god karakter i norsk også har god karakter i matematikk er 0.48

- b) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev har fått god karakter i begge fagene ?

$$P(M \cap N) = P(N) \cdot P(M | N)$$

$$P(M \cap N) = 0.50 \cdot 0.48 = 0.24$$

Sannsynligheten for at eleven har god karakter i begge fagene er 0.24

Oppgave 3.232

Sannsynligheten for at Knut bruker mer enn to timer på leksene en dag, er 0.60.

Sannsynligheten for at Ola bruker mer enn to timer, er 0.75.

Hvis Knut bruker mer enn to timer på leksene en dag, er sannsynligheten 0.80 for at også Ola bruker mer enn to timer.

a) Hva er sannsynligheter for at både Knut og Ola

bruker mer enn to timer ?

$$P(K \cap O) = P(K) \cdot P(O|K)$$

$$P(K \cap O) = 0.60 \cdot 0.80 = 0.48$$

Sannsynligheten for at både Knut og Ola bruker mer enn to timer er 0.48

b) Hva er sannsynligheter for at minst en av dem

bruker mer enn to timer

$$P(K \cup O) = P(O) + P(K) - P(K \cap O)$$

$$P(K \cup O) = 0.60 + 0.75 - 0.48 = 0.87$$

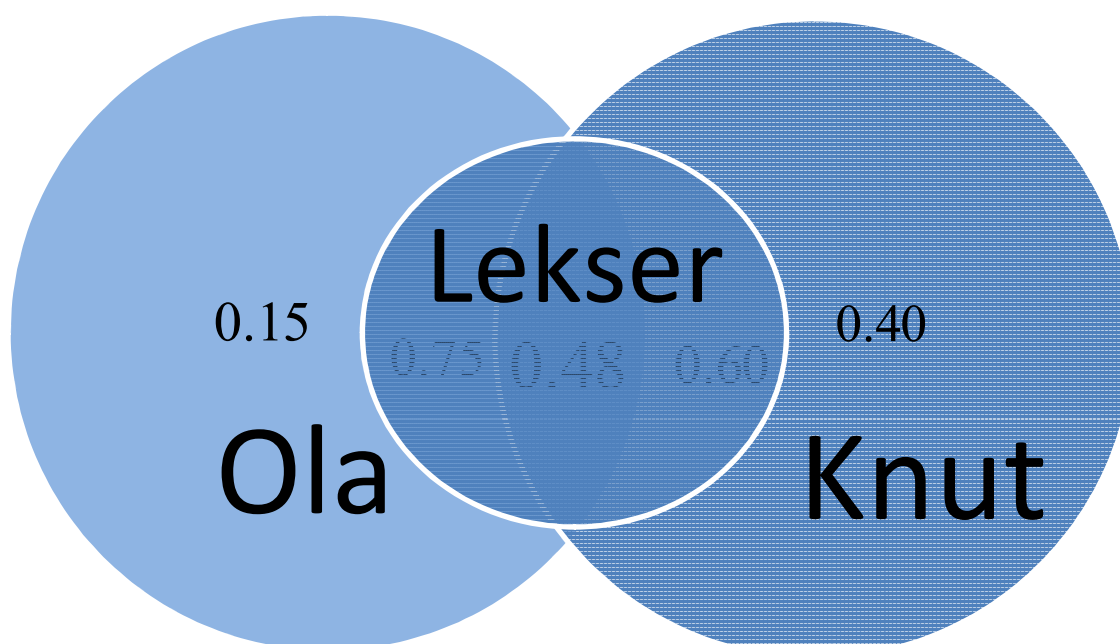
c) Hva er sannsynligheter for at Knut bruker

mer enn to timer hvis Ola har gjort det ?

$$P(K|O) = \frac{P(K) \cdot P(O|K)}{P(O)}$$

$$P(K|O) = \frac{0.60 \cdot 0.80}{0.75} = \frac{0.48}{0.75} = 0.64$$

Sannsynligheten for at Knut bruker mer enn to timer hvis Ola har gjort det er 0.64



Oppgave 3.233

Fabrikk A står for 65% av den totale produsjonen av en spesiell ventil, mens fabrikk B produserer resten. Fra fabrikk A er det feil på 4% av ventilene mens den tilsvarende feilprosenten fra B er 8%

$P(\bar{F})$: Feilfri

$P(A)$: Delen er produsert ved fabrikk A

$P(B)$: Delen er produsert ved fabrikk B

- a) Finn sannsynligheten for at en tilfeldig ventil fra produsjonen er feilfri

$$P(\bar{F}) = P(B) \cdot P(\bar{F} | B) + P(A) \cdot P(\bar{F} | A) = P(B) \cdot (1 - P(F | B)) + P(A) \cdot (1 - P(F | A))$$

$$P(\bar{F}) = 0.35 \cdot (1 - 0.08) + 0.65 \cdot (1 - 0.04) = 0.35 \cdot 0.92 + 0.65 \cdot 0.96 = 0.332 + 0.624 = 0.956$$

Sannsynligheten for at en tilfeldig ventil er feilfri, er 0.956

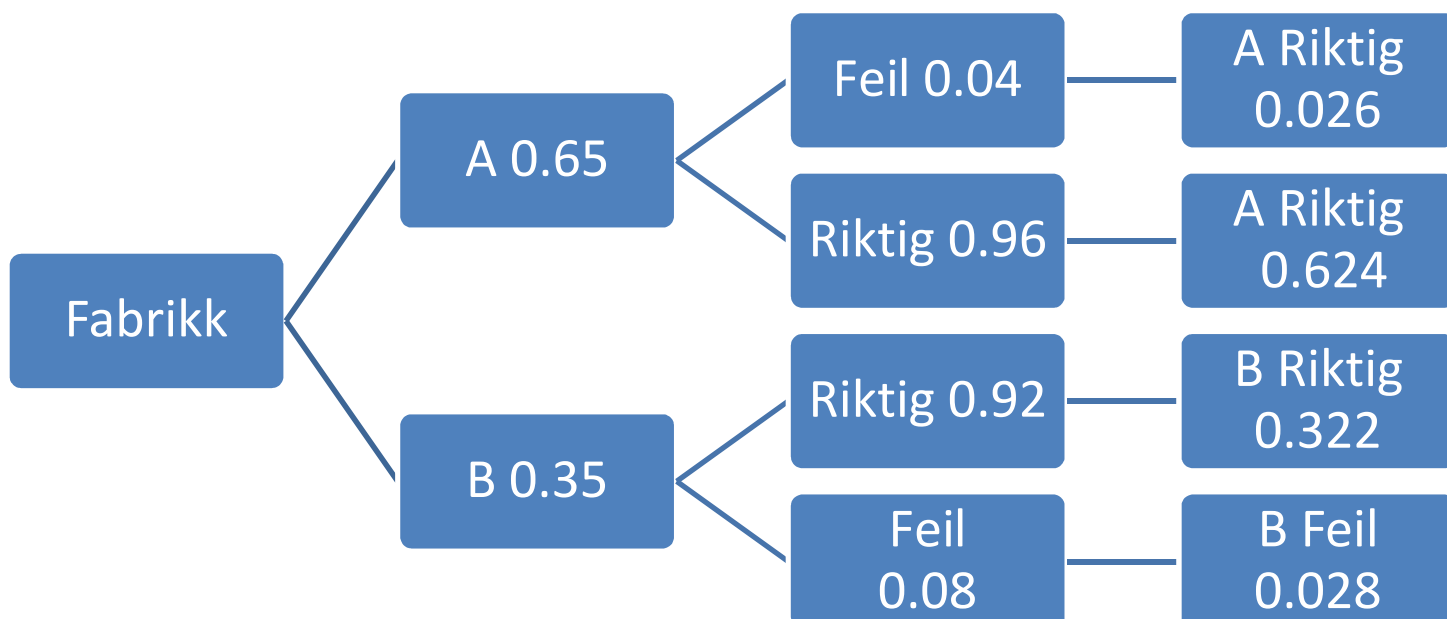
- b) En ventil fra produsjonen viser seg å ha feil.

Hva er sannsynligheten for at denne ventilen er produsert ved fabrikk A ?

$$P(A | F) = \frac{P(A) \cdot P(F | A)}{P(F)}$$

$$P(A | F) = \frac{0.65 \cdot 0.04}{1 - 0.956} = \frac{0.026}{0.044} = \underline{\underline{0.59090}}$$

Om en ventil har feil er det 0.590 sjanse for at fabrikk A har produsert den



3.4 – Uavhengige hendinger

Oppgave 3.240

Sannsynligheten for at Grete kommer for sent på jobben på mandager, er 0.20. Sannsynligheten for at hun kommer for sent på tirsdager, er 0.15. Sannsynligheten for at hun er for sein både mandag og tirsdag i samme uke, er 0.03.

Når Grete kommer for seint på mandag og tirsdag i ei uke, er de to tilfellene da uavhengig av hverandre ?

$$S(M \cap T) = P(M) \cdot P(T)$$

$$0.03 = 0.15 \cdot 0.20$$

$$0.03 = 0.03$$

Hendingene er uavhengig av hverandre siden $S(M \cap T) = P(M) \cdot P(T)$

Oppgave 3.241

I en klasse er det 16 gutter og 12 jenter.

Av disse har 12 gutter og 10 jenter meldt seg på til juleballet.

Vi trekker tilfeldig ut en elev og innfører disse hendingene

G : Eleven er en gutt.

J : Eleven er ei jente.

B : Eleven har medlt seg på til skoleballet.

a) Regn ut $P(G|B)$

$$P(G|B) = \frac{12}{12+10} = \frac{12}{22} = \underline{\underline{\frac{6}{11}}}$$

Regn ut $P(J|B)$

$$P(J|B) = \frac{10}{12+10} = \frac{10}{22} = \underline{\underline{\frac{5}{11}}}$$

Regn ut $P(B|G)$

$$P(B|G) = \frac{12}{16} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$$

Regn ut $P(B|J)$

$$P(B|J) = \frac{10}{12} = \underline{\underline{\frac{5}{6}}}$$

b) Regn ut $P(G \cap B)$

$$P(G \cap B) = P(G) \cdot P(B|G)$$

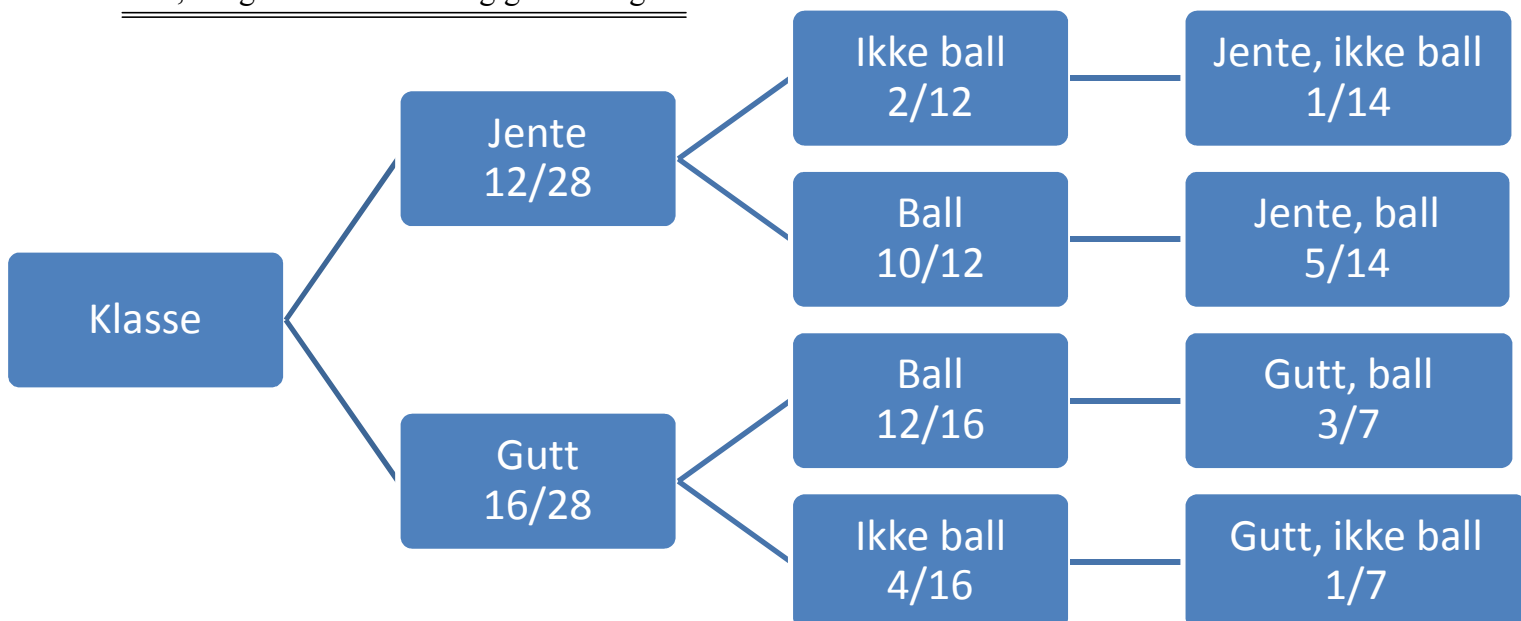
$$P(G \cap B) = \frac{16}{12+16} \cdot \frac{12}{16} = \frac{16}{28} \cdot \frac{12}{16} = \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{1} = \underline{\underline{\frac{3}{7}}}$$

c) Er G og B uavhengige hendinger?

$$P(G \cap B) = P(G) \cdot P(B)$$

$$P(G \cap B) = \frac{12}{12+16} \cdot \frac{10+12}{16+12} = \frac{12}{28} \cdot \frac{22}{28} = \frac{3}{14} \cdot \frac{11}{7} = \frac{33}{98}$$

Nei, G og B er ikke uavhengige hendinger



Oppgave 3.242

På en gallup svarte 22% av de spurte at de tippet på fotball regelmessig. 30% svarte at de spilte lotto hver uke, 10% svarte at de både spilte lotto og tippet regelmessig. Vi trekker en tilfeldig person blant de spurte og innfører disse hendingene.

T : Personen tipper fotball

L : Personen spiller lotto

a) Finn $P(T|L)$

$$P(T|L) = \frac{P(L \cap T)}{P(L)}$$

$$P(T|L) = \frac{1}{10} : \frac{3}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{3} = \frac{1}{3} = \underline{\underline{0.333 \dots}}$$

Finn $P(L|T)$

$$P(L|T) = \frac{P(L) \cdot P(T|L)}{P(T)}$$

$$P(L|T) = \left(\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} \right) : \left(\frac{11}{50} \right) = \left(\frac{1}{10} \right) \cdot \left(\frac{50}{11} \right) = \left(\frac{1}{1} \right) \cdot \left(\frac{5}{11} \right) = \frac{5}{11} = 0.4545$$

Finn $P(L \cup T)$

$$P(L \cup T) = P(T) \cdot P(L|T)$$

$$P(L \cup T) = \frac{11}{50} \cdot \frac{5}{11} = \frac{1}{50} \cdot \frac{5}{1} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{1} = \underline{\underline{\frac{1}{10}}}$$

b) Er det å tippe på fotball uavhengig av det å spille lotto ?

$$P(L \cup T) = P(L) \cdot P(T)$$

$$P(L \cup T) = \frac{11}{50} \cdot \frac{3}{10} = \frac{33}{500}$$

Det å tippe på fotball er ikke uavhengig med å spille lotto

Oppgave 3.243

Gitt hendingene A og B der $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.9$ og $P(A \cap B) = 0.65$

a) Finn $P(A \cup B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 0.7 + 0.9 - 0.65 = 1.6 - 0.65 = \underline{\underline{0.95}}$$

Finn $P(A|B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{0.65}{0.9} = 0.72$$

Finn $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(B|A) = \frac{0.65}{0.7} = 0.92857$$

b) Er hendingene A og B uavhengige ?

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$0.65 = 0.7 \cdot 0.9$$

$$0.65 = 0.63$$

Hendingene A og B er ikke uavhengige

Oppgave 3.244

a) Anne har funnet ut at sannsynligheten for at hun kommer forseint på skolen en tilfeldig valgt dag i skoleuka, er 0.05

1) Hva er sannsynligheten for at hun kommer tidsnok i ei hel uke ?

$$P(\bar{S}) = (1 - P(S))^5$$

$$P(\bar{S}) = (1 - 0.05)^5 = \frac{19^5}{20^5} = \frac{2476099}{3200000} = \underline{\underline{0.77378}}$$

Sannsynligheten for at hun kommer tidsnok i ei hel uke er 0.773

2) Hva er sannsynligheten for at hun kommer for seint minst én gang i uka?

$$S(1..5) = \sum_{x=1}^5 \binom{5}{x} (0.05)^x (0.95)^{5-x} = 1 - P(\bar{S})$$

$$S(1..5) = 1 - \frac{2476099}{3200000} = \frac{3200000}{3200000} - \frac{2476099}{3200000} = \frac{723901}{3200000} = \underline{\underline{0.22622}}$$

Sannsynligheten for at hun kommer for seint minst én gang i uka, er 0.226

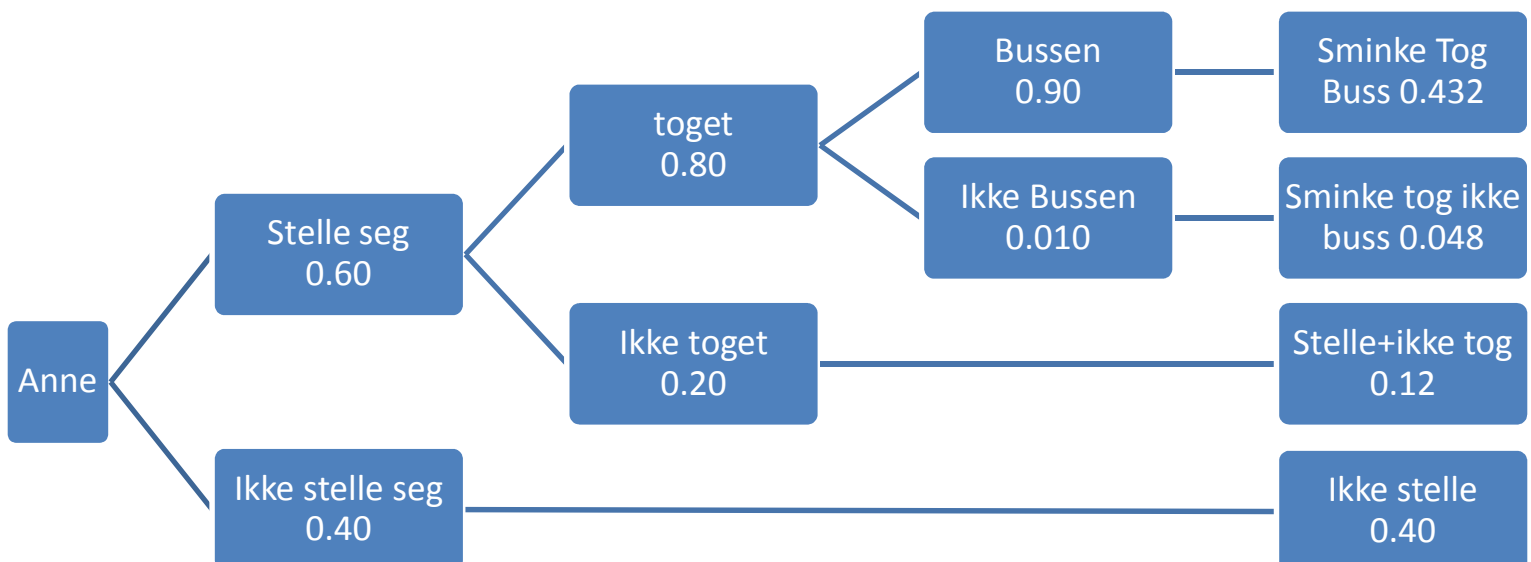
b) Før anne kan treffe kjæresten sin til avtalt tid i byen på lørdager må hun stille seg, ta et tog og en buss. Sannsynligheten for at hun blir ferdig å stille seg i tide er 0.60. Sannsynligheten for at toget ikke er forsinket er 0.80 og sannsynligheten for at bussen ikke går er 0.10

Hva er sannsynligheten for at hun må ringe å si at hun kommer noe senere enn avtalt ?

$$P(S) = 1 - P(S) \cdot P(T) \cdot P(B)$$

$$P(S) = 1 - (0.60 \cdot 0.80 \cdot 0.90) = 1 - 0.432 = \underline{\underline{0.568}}$$

Sannsynligheten for at hun må ringe å si at hun kommer noe senere enn avtalt, er 0.568



3.5 – Ordnete utvalg

Oppgave 3.250

Hvor mange tresifrede tall kan vi lage med tallene 0, 2, 4 og 6 ?

$$K = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$$

200 202 204 206 220 222 224 226

240 242 244 246 260 262 264 266

400 402 404 406 420 422 424 426

440 442 444 446 460 462 464 466

600 602 604 606 620 622 624 626

640 642 644 646 660 662 664 666

Vi kan lage 48 tresifrede tall med tallene 0, 2, 4 og 6

b) 1) Hvor mange positive hele tall mindre enn 1000 har bare oddetall i sifrene ?

$$1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9 = 5$$

$$K = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

Det finnes 125 positive hele tall mindre enn 1000 som bare har oddetall i sifrene

2) Hvor mange positive hele tall under 1000 har minst et partall i sifrene ?

Man kan ha et, to eller tre partall, eller ingen partall.

$$K(P) = K(1P) + K(2P) + K(3P) = 1000 - K(\bar{P})$$

$$K(P) = 1000 - 125 = \underline{875}$$

Det finnes 875 hele positive tall under 1000 som inneholder 1 partall

Oppgave 3.251

Et passord skal bestå av sju tegn. De tre første skal være små bokstaver fra det engelske alfabetet, og de fire siste skal være fødseldatoen til vedkommende som skal ha passordet.

Hvor mange unike kombinasjoner av slike passord kan vi lage når vi ser bort ifra skuddår ?

$$K = 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 365 = 17576 \cdot 365 = 6\ 415\ 240$$

Vi kan ha 6 415 240 unike kombinasjoner av tall om vi ser bort ifra skuddår

Oppgave 3.252

I en minibankkortkode er det fire siffer.

Tenk deg at du glemmer koden og prøver for å finne den.

- a) Hvor mange ganger må du høyst prøve dersom vi vet at det første sifferet er tre ?

$$K = 1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$$

Man må høyst prøve 1000 ganger når man vet at det første sifferet er tre

- b) Vi kjenner alle siffrene, men ikke rekkefølgen hvor mange ganger må vi høyst prøve da ?

$$K = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{24}$$

Om vi kjenner til alle siffrene men ikke rekkefølgen må vi høyst prøve 24 ganger

- c) Hva blir maksimalt antall forsøk når vi vet at ett av siffrene er tre og at ingen av siffrene er like.

$$K = 4 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 2016$$

Maksimalt antall forsøk blir 2016 når vi vet ett siffer og at ingen siffer er like

Oppgave 3.253

På et fat ligger epler, pærer og babaner, appelsiner og kiwi.

Du skal ta med deg frukt på tur, høyst en frukt av hver type.

Hvor mange utvalg kan du gjøre? Bruk binominalkoeffisienter

$$\sum_{x=1}^5 \binom{5}{x} = \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 31$$

$$K = 5 + \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} + 1$$

$$= 5 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 5 + 1 = 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 31$$

Man kan gjøre 31 utvalg av maks en frukt av hver type

3.6 – Uordnede utvalg

Oppgave 3.260

Av bokstavkombinasjonen S, I, N, U, S skal vi lage andre kombinasjoner ved å bytte om på rekkefølgen av bokstavene. Hvor mange måter kan vi gjøre dette på ?

$$K = \frac{5!}{2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 60 \quad \text{Vi har 2 S'er derfor må vi dele på 2}$$

Ellers vil halvparten a kombinasjonene være like

Oppgave 3.260

I en fotball divisjon er det 14 lag. Alle lagene spiller to ganger mot samme lag (hjemme og borte) i løpet av en sesong.

a) Lagene spiller en kamp hver i en serierunde.

Hvor mange serierunder blir det i en sesong ?

$$K = 14 \cdot 2 = \underline{\underline{26}}$$

Det blir 26 serierunder i en sesong

b) Hvor mange seriekamper blir det ?

Finn svaret på to ulike måter.

$$K = 14 \cdot 13 = 182 \quad 14 \text{ lag skal spille mot alle lag untatt seg selv}$$

$$K = 26 \cdot 7 = 182 \quad \text{Det blir spillt 7 kamper i hver runde siden det kreves 2 lag per kamp}$$

Det blir 182 seriekamper i løpet av en sesong

Oppgave 3.262

Vi har tallet 123 215

Hvor mange ulike tall kan vi få ved å bytte om rekkefølgen av sifrene i dette tallet ?

$$K = \frac{6!}{4} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4} = 6 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = \underline{\underline{180}}$$

Vi kan få 180 ulike tall om vi bytter om rekkefølgen av sifrene

Oppgave 3.263

I en matematikkgruppe er det 12 gutter og 14 elever.

a) Alle er ute i friminuttet

hvor mange måter kan de komme seg inn i klasserommet når de går en og en

$$K = (12+14)! = 26! = 403291461126605635584000000 = 4.0329 \cdot 10^{26}$$

De kan komme seg inn i klasserommet på $4.03 \cdot 10^{26}$ måter

b) Det er 30 pulter i klasserommet

Hvor mange måter kan de sette seg på når de kan sette seg der de vil?

$$K = \binom{30}{14+12} = \frac{30!}{26!(30-26)!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 29 \cdot 7 \cdot 27 = \underline{\underline{27405}}$$

De kan sette seg på 27405 forskjellige måter

3.7 – Binomiske forsøk

Oppgave 3.270

Fotballkampen mellom Aktiv og Bravo skal avgjøres med straffespark.

Hvert av lagene skal ta fem straffespark. Bravo har plukket ut fem spillere

til å ta de fem første straffesparkene. Tester har vist at hver av disse

spillerene scorer på 8 av 10 straffespark.

- a) Hva er sannsynligheten for at alle de fem spillerene scorer på straffesparkene ?

$$P(5) = \binom{5}{5} \left(\frac{8}{10}\right)^5 \left(\frac{2}{10}\right)^{5-5} = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{32768}{100000} = \frac{1024}{3125} = \underline{\underline{0.32768}}$$

Sannsynligheten for at alle de fem spillerene scoret er 0.327

- b) Hva er sannsynligheten for at minst en av spillerene bommer ?

$$P(B) = 1 - P(T)$$

$$P(B) = 1 - \frac{1024}{3125} = \frac{2101}{3125} = \underline{\underline{0.67232}}$$

Sannsynligheten for at minst en av spillerene bommer er 0.672

- c) Hva er sannsynligheten for at akkurat tre av spillerene scorer?

$$P(3) = \binom{5}{3} \left(\frac{8}{10}\right)^3 \left(\frac{2}{10}\right)^{5-3} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{8 \cdot 8 \cdot 8}{10 \cdot 10 \cdot 10} \cdot \frac{2 \cdot 2}{10 \cdot 10} = 5 \cdot 2 \cdot \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{5 \cdot 5 \cdot 5} \cdot \frac{1 \cdot 1}{5 \cdot 5}$$

$$P(3) = 10 \cdot \frac{64}{125} \cdot \frac{1}{25} = \frac{640}{3125} = \frac{128}{625} = \underline{\underline{0.20480}}$$

Sannsynligheten for at akkurat 3 personer scoret er 0.204

- d) Hva er sannsynligheten for at høyst tre av spillerene scorer ?

$$P(\leq 3) = \sum_{x=1}^3 \binom{5}{x} \left(\frac{8}{10}\right)^x \left(\frac{2}{10}\right)^{5-x} = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{164}{625}$$

$$P(\leq 3) = \binom{5}{1} \left(\frac{8}{10}\right)^1 \left(\frac{2}{10}\right)^{5-1} + \binom{5}{2} \left(\frac{8}{10}\right)^2 \left(\frac{2}{10}\right)^{5-2} + \binom{5}{3} \left(\frac{8}{10}\right)^3 \left(\frac{2}{10}\right)^{5-3}$$

$$P(\leq 3) = 5 \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} + \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot \frac{8 \cdot 8}{10 \cdot 10} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{10 \cdot 10 \cdot 10} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{8 \cdot 8 \cdot 8}{10 \cdot 10 \cdot 10} \cdot \frac{2 \cdot 2}{10 \cdot 10}$$

$$P(\leq 3) = \frac{640}{100000} + \frac{10240}{200000} + \frac{122880}{600000} = \frac{4}{625} + \frac{32}{625} + \frac{128}{625} = \frac{164}{625} = \underline{\underline{0.26240}}$$

Sannsynligheten for at tre eller færre scorer er 0.262

Oppgave 3.271

Lene bruker buss til arbeidet hver dag. Hun arbeider 20 dager hver måned og reiser derfor 40 ganger med bussen hver måned. Iblant er det billettkontroll. Vi tenker oss at hun blir kontrollert gjennomsnittlig hver 20. gang.

Kontrollene er foretatt helt uavhengig av hverandre.

- a) Hvor stor er sannsynligheten for at hun unngår kontroll en hel måned ?

$$P(0) = \binom{40}{0} \left(\frac{1}{20}\right)^0 \left(\frac{19}{20}\right)^{40-0} = \left(\frac{19^{40}}{20^{40}}\right) = \text{megastor brøk...} = \underline{\underline{0.1285121566}}$$

Sannsynligheten for at hun unngår kontroll en hel måned er 0.128

- b) Finn sannsynligheten for at hun blir kontrollert minst 2 ganger en måned.

$$P(2 \geq) = \sum_{x=2}^{40} \binom{40}{x} (0.05)^x (0.95)^{40-x} = 1 - (P(0) + P(1)) = 0.6009359349$$

$$P(2 \geq) = 1 - \left(\binom{40}{1} (0.05)^1 (0.95)^{40-1} + \binom{40}{0} (0.05)^0 (0.95)^{40-0} \right)$$

$$P(2 \geq) = 1 - \left(40 \cdot (0.05) (0.1352759543) + \left(\frac{19^{40}}{20^{40}}\right) \right)$$

$$P(2 \geq) = 1 - (0.2705519086 + 0.1285121566) = 1 - 0.3990640652 = \underline{\underline{0.6009359349}}$$

Sannsynligheten for at hun blir stoppet to ganger på en måned er 0.600

- c) Lene kjøper alltid månedskort. Det koster 800kr. Hvis hun blir tatt uten gyldig billett, må hun betale 500kr. Lønner det seg økonomisk for Lene å la vær å kjøpe månedskort?
(Vi ser altså bort fra moralske aspekter)

Om Lene blir stoppet mer enn to ganger per måned lønner det seg ikke økonomisk.

I oppgave b) fant vi ut at sannsynligheten for å bli stoppet 2 eller flere ganger var 60%

Dermed lønner det seg ikke for Lene å la vær å kjøpe busskort.

Oppgave 3.272

Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt norsk rekrutt er over 187 cm høy, er 0.15. En patrulje består av seks rekrutter. La X være antallet rekrutter i patruljen som har høyde over 187 cm. Da er $P(X = a)$ sannsynligheten for at a rekrutter har høyde over 187 cm.

a) Sett opp et uttrykk for $P(X = a)$

$$P(X) = \binom{5}{a} (0.15)^a (0.85)^{5-a} \quad \text{Sannsynligheten for minst } P(n, X) = \sum_{a=i}^n \binom{5}{a} (0.15)^a (0.85)^{5-a}$$

b) Finn sannsynligheten for at alle er under 187 cm

$$P(0) = \binom{5}{0} (0.15)^0 (0.85)^{5-0} = (0.85)^5 = \underline{\underline{0.4437053125}}$$

Sannsynligheten for at alle er under 187 cm er 0.443

c) Bestem $P(X \geq 1)$

$$P(X \geq 1) = P(5,1) \sum_{x=1}^5 \binom{5}{x} (0.15)^x (0.85)^{5-x} = 1 - P(0) = 0.5562946875$$

$$P(X \geq 1) = 1 - (0.85)^5 = 1 - 0.4437053125 = \underline{\underline{0.5562946875}}$$

d) Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt rekrutt er minst 193 cm er 0.03.

Hvor stor er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt rekrutt er mellom 187 cm og 193 cm ?

$$P(<187\text{cm}) = 0.85 \quad \text{og} \quad P(193\text{cm} \geq) = 0.03$$

$$P(<187\text{cm}) + P(187\text{cm} \geq x \geq 193\text{cm}) + P(193\text{cm} \geq) = 1$$

$$P(187\text{cm} \geq x \geq 193\text{cm}) = 1 - P(<187\text{cm}) - P(193\text{cm} \geq)$$

$$P(187\text{cm} \geq x \geq 193\text{cm}) = 1 - 0.85 - 0.03 = 0.12$$

Sannsynligheten for at en norsk rekrutt er mellom 187 og 193 cm er 0.12

Oppgave 3.273

Et bilfirma gir noe de kaller en total garanti på bilen.

Det vil si at firmaet tar på seg ansvaret for at bilen blir reparert dersom den stopper langs veien. Delene må eieren selv betale.

Totalgarantien blir gitt ett år fra det tidspunktet bilen gjennomgår grundig service på verkstedet. Sannsynligheten for stopp i løpet av ett år setter vi til 0.2. Firmaet har ti biler med denne garantien.

a) Hva er sannsynligheten for at fire av disse bilene stopper i løpet av et år ?

$$P(4) = \binom{10}{.4} (0.2)^4 (0.8)^{10-4} = \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right) (0.00050625) (0.3771495156)$$

$$P(4) = (10 \cdot 3 \cdot 7) (0.0016) (0.262144) = 0.0880803840$$

Sannsynligheten for at fire av bilene stopper er 0.088080

b) Hva er sannsynligheten for at ingen av disse bilene stopper i løpet av et år ?

$$P(0) = \binom{10}{.0} (0.2)^0 (0.8)^{10-0} = (0.8)^{10} = \underline{0.1073741824}$$

Sannsynligheten for at ingen biler stopper i løpet av et år er 0.107

c) Hvor stor er sannsynligheten for at mellom tre og fem biler stopper, tre og fem medregnet.

$$P(3..5) = \sum_{x=3}^5 \binom{10}{.x} (0.2)^x (0.8)^{10-x} = P(3) + P(4) + P(5)$$

$$P(3..5) = \binom{10}{.3} (0.2)^3 (0.8)^7 + \binom{10}{.4} (0.2)^4 (0.8)^6 + \binom{10}{.5} (0.2)^5 (0.8)^5$$

$$P(3..5) = 0.201326592 + 0.088080384 + 0.0264241152$$

$$P(3..5) = \underline{0.3158310912}$$

Sannsynligheten for at 3, 4 eller 5 biler bryter sammen er 0.315

Oppgave 3.274

En tippkupon har 12 kamper. En kamp kan ende med borteseier (H), uavgjort (U), eller borteseier (B).

Du skal krysse av et av tegnene H, U eller B for hver kamp.

Vi antar nå at det er like stor sannsynlighet for H, U og B.

a) Hva er sannsynligheten for å få minst en rett hvis

du krysser av et tegn per kamp ?

$$P(X \geq 1) = \sum_{x=1}^{12} \binom{12}{x} \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{6}\right)^{12-x} = 1 - P(0) = \frac{527345}{531441} = 0.99229$$

$$P(X \geq 1) = 1 - \binom{12}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{6}\right)^{12-0} = 1 - \left(\frac{2^{12}}{3^{12}}\right) = 1 - \frac{4096}{531441} = \frac{527345}{531441} = \underline{\underline{0.99229}}$$

Sannsynligheten for å få minst en riktig er 0.992

b) Hva er sannsynligheten for å få minst 10 rette hvis

du krysser av et tegn for hver kamp ?

$$P(X \geq 10) = \sum_{x=10}^{12} \binom{12}{x} \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{6}\right)^{12-x} = P(10) + P(11) + P(12) = \frac{289}{531441} = \underline{\underline{0.00054380}}$$

$$P(X \geq 10) = \binom{12}{12} \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \left(\frac{2}{6}\right)^{12-12} + \binom{12}{11} \left(\frac{1}{3}\right)^{11} \left(\frac{2}{6}\right)^{12-11} + \binom{12}{10} \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \left(\frac{2}{6}\right)^{12-10}$$

$$P(X \geq 10) = \left(1 \cdot \frac{1}{3^{12}} \cdot 1\right) + \left(12 \cdot \frac{1}{3^{11}} \cdot \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 4 \cdot 3}{10 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{3^{10}} \cdot \frac{2^2}{3^2}\right)$$

$$P(X \geq 10) = \left(\frac{1}{531441}\right) + \left(12 \cdot \frac{1}{177147} \cdot \frac{2}{3}\right) + \left(12 \cdot 11 \cdot \frac{1}{59049} \cdot \frac{4}{9}\right)$$

$$P(X \geq 10) = \left(\frac{1}{531441}\right) + \left(\frac{8}{177147}\right) + \left(\frac{88}{177147}\right) = \frac{1}{531441} + \frac{24}{531441} + \frac{264}{531441} = \frac{289}{531441} = \underline{\underline{0.00054380}}$$

Sannsynligheten for å få 10 eller flere rette i lotto, er 0.000543

c) Hvis du krysser av H U B for en kamp, kaller vi det en helgardering.

Krysser du av to av disse tegnene på en kamp, kaller vi det en halvgardering.

Du kan krysse av for inntil 486 kamper ved bruk av hel og halvgardering

Finn fordelingen av hel og halv garderinger.

$$3^a \cdot 2^b = 486 \Rightarrow 3^5 \cdot 2^1 = 486$$

$$\text{Faktorerer } 486 = 243 \cdot 2 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 3^5 \cdot 2$$

Man kan gjøre 5 helgarderinger og 1 halvgardering

3.8 – Hypergeometriske forsøk

Oppgave 3.280

En pokerspiller får 5 kort fra en vanlig kortstokk.

- a) Regn ut sannsynligheten for at spilleren får 2 spar og 3 hjerter.

$$\frac{\binom{13}{2}\binom{13}{3}\binom{13}{0}\binom{13}{0}}{\binom{52}{5}}$$

$$\frac{\left(\frac{13 \cdot 12}{2 \cdot 1}\right) \cdot \left(\frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(13 \cdot 6) \cdot (13 \cdot 2 \cdot 11)}{(13 \cdot 51 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 16)}$$

$$\frac{(13 \cdot 11)}{(17 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 4)}$$

$$\frac{143}{16660}$$

$$0.0085834$$

Sannsynligheten for å få 2 spar og 3 hjerter er 0.0085

- b) Regn ut sannsynligheten for at spilleren får ett ess, to konger og to knekter.

$$\frac{\binom{4}{1}\binom{4}{2}\binom{4}{2}}{\binom{52}{5}}$$

$$\frac{(4)\left(\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}\right)\left(\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(4)(2 \cdot 3)(2 \cdot 3)}{(13 \cdot 51 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 16)}$$

$$\frac{(3)}{(13 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 49)}$$

$$\frac{3}{54145}$$

$$0.000055407$$

Sannsynligheten for å få et ess, to konger og to knekt er 0.000055

c) Hva er sannsynligheten for at spilleren får 5 kort i samme farge?

$$\frac{\binom{13}{5} \cdot 4}{\binom{52}{5}}$$
$$\frac{\left(\frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \cdot 4}{\left(\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$
$$\frac{(13 \cdot 11 \cdot 9) \cdot 4}{(13 \cdot 51 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 16)}$$
$$\frac{(11 \cdot 3)}{(17 \cdot 5 \cdot 49 \cdot 4)}$$
$$\frac{33}{16660}$$
$$0.0019808$$

Sannsynligheten for å få 5 kort i samme farge er 0.00198

Oppgave 3.821

En muntlig prøve i naturfag omfatter 16 emner.
Hver elev får trekke ut 4 emner som eleven blir spurt i.
Stakkars Lars har bare hatt tid til å forberede seg i
12 av disse emnene.

a) Hvor stor er sannsynligheten for at Lars trekker
4 emner som han har lest på ?

$$\frac{\binom{12}{4} \binom{4}{0}}{\binom{16}{4}}$$
$$\frac{\left(\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$
$$\frac{(11 \cdot 5 \cdot 9)}{(2 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 13)}$$
$$\frac{(11 \cdot 9)}{(2 \cdot 14 \cdot 13)}$$
$$\frac{99}{364}$$
$$0.27198$$

Sannsynligheten for at han trekker 4 emner han har lest på er 0.27

b) Finn sannsynligheten for at han trekker minst ett emne han har lest på.

$$P(x > 0) = \sum_{x=1}^4 \frac{\binom{12}{x} \cdot \binom{4}{4-x}}{\binom{16}{4}} = \frac{1819}{1820} = 0.99945$$

$$P(x > 0) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4)$$

$$P(x > 0) = 1 - P(0)$$

$$P(x > 0) = 1 - \frac{\binom{12}{0} \cdot \binom{4}{4}}{\binom{16}{4}}$$

$$P(x > 0) = 1 - \frac{\left(\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}$$

$$P(x > 0) = 1 - \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 13}$$

$$P(x > 0) = \frac{1820}{1820} - \frac{1}{1820}$$

$$P(x > 0) = \frac{1819}{1820}$$

$$P(x > 0) = 0.99945$$

Sannsynligheten for at han trekker minst ett emne som han har lest på er 0.99945

c) Finn sannsynligheten for at han trekker akkurat 3 emner som han forberedt seg på.

$$P(3) = \frac{\binom{12}{3} \binom{4}{1}}{\binom{16}{4}}$$

$$P(3) = \frac{\left(\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right) (4)}{\left(\frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$P(3) = \frac{(2 \cdot 11 \cdot 10)(4)}{(2 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 13)}$$

$$P(3) = \frac{(11)(4)}{(7 \cdot 13)}$$

$$P(3) = \frac{44}{91}$$

$$P(3) = 0.48352$$

Sannsynligheten for at han trekker akkurat 3 emner som han har lest på 0.48

d) Hvor mange emner kan han regne med

å trekke ut som han har lest på ?

$$\frac{12}{16} \cdot 4$$

$$\frac{3}{4} \cdot 4$$

$$3$$

Han kan regne med å trekke ut 3 emner han har lest på

Oppgave 3.282

I en kurv ligger det 15 røde og 10 blå kuler.

Vi trekker ut 5 kuler.

a) Finn sannsynligheten for at vi trekker uten tilbakelegging 3 røde og 2 blå.

Hva kaller vi et slikt forsøk ?

$$P(3R \cap 2B) = \frac{\binom{15}{3} \binom{10}{2}}{\binom{25}{5}}$$

$$P(3R \cap 2B) = \frac{\left(\frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \left(\frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$P(3R \cap 2B) = \frac{(5 \cdot 7 \cdot 13)(5 \cdot 9)}{(5 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21)}$$

$$P(3R \cap 2B) = \frac{(13)(5 \cdot 3)}{(23 \cdot 22)}$$

$$P(3R \cap 2B) = \frac{195}{506}$$

$$P(3R \cap 2B) = 0.38538$$

Sannsynligheten for å få 2 røde og 3 blå kuler er 0.38

Vi kaller et slikt forsøk for hypergeometrisk fordeling

b) Finn sannsynligheten for at vi trekker med tilbakelegging

3 røde og 2 blå.

Hva kaller vi et slikt forsøk ?

$$P(3R \cap 2B) = \left(\frac{15}{25}\right)^3 \left(\frac{10}{25}\right)^2$$

$$P(3R \cap 2B) = \left(\frac{15}{25}\right)\left(\frac{15}{25}\right)\left(\frac{15}{25}\right)\left(\frac{10}{25}\right)\left(\frac{10}{25}\right)$$

$$P(3R \cap 2B) = \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)$$

$$P(3R \cap 2B) = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$$

$$P(3R \cap 2B) = \frac{108}{3125}$$

$$P(3R \cap 2B) = 0.03456$$

Sannsynligheten for å få 2 røde og 3 blå kuler med tilbakelegging er 0.034

Vi kaller et slikt forsøk for binomisk fordeling

Blandede oppgaver

Oppgave 3.300

En kvinne skal ut på en kortere reise og skal

ha med seg 2 skjørt, 3 bluser, 4 par sko og 2 jakker.

I garderoben har hun 8 skjørt, 6 bluser, 10 par sko og 3 jakker.

a) Hvor mange mer eller mindre smakfulle antrekk

kan hun sette sammen av reisegarderoben ?

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2$$

$$48$$

Hun kan sette sammen en mer eller mindre smakfull garderobe på 48 måter

b) På hvor mange måter kan hun sette sammen en slik reisegarderobe ?

$$\binom{8}{2} \binom{6}{3} \binom{10}{4} \binom{3}{2}$$

$$\left(\frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1}\right) \left(\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \left(\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1}\right)$$

$$(4 \cdot 7)(5 \cdot 4)(5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7)(3)$$

$$352\,800$$

Hun kan sette sammen en slik reisegarderobe på 352 800 måter

Oppgave 3.301

En bedrift har kjøpt 6 nye datamaskiner. For hver datamaskin er sannsynligheten 0.20 for at den må til reparasjon i løpet de to første årene.

La X være antallet maskiner som må til reparasjon i løper av de to første årene.

Finn disse sannsynlighetene.

a) $P(X = 0)$

$$P(X = 0) = \binom{6}{0} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0 \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right)^6$$

$$P(X = 0) = \left(\frac{4^6}{5^6}\right)$$

$$P(X = 0) = \left(\frac{4096}{15625}\right)$$

$$\underline{\underline{P(X = 0) = 0.262144}}$$

b) $P(X = 2)$

$$P(X = 2) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right)^4$$

$$P(X = 2) = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \left(\frac{1^2}{5^2}\right) \left(\frac{4^4}{5^4}\right)$$

$$P(X = 2) = 15 \left(\frac{1}{25}\right) \left(\frac{256}{625}\right)$$

$$P(X = 2) = 3 \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{256}{625}\right)$$

$$P(X = 2) = \frac{768}{3125}$$

$$\underline{\underline{P(X = 2) = 0.24576}}$$

c) $P(X \leq 2)$

$$P(X \leq 2) = P(2) + P(1) + P(0)$$

$$P(1) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right)^5$$

$$P(1) = (6) \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{4^5}{5^5}\right)$$

$$P(1) = (6) \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{1024}{3125}\right)$$

$$P(1) = \frac{6144}{15625}$$

$$P(X \leq 2) = \frac{768}{3125} + \frac{6144}{15625} + \frac{4096}{15625}$$

$$P(X \leq 2) = \frac{3840}{15625} + \frac{6144}{15625} + \frac{4096}{15625}$$

$$P(X \leq 2) = \frac{14080}{15625}$$

$$P(X \leq 2) = \frac{2816}{3125}$$

$$\underline{\underline{P(X \leq 2) = 0.90112}}$$

d) $P(X \geq 3)$

$$\sum_{x=3}^6 \binom{6}{x} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{6-x} = \frac{309}{3125} = 0.098880$$

$$P(X \geq 3) = P(3) + P(4) + P(5) + P(6)$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$$

$$P(X \geq 3) = 1 - \frac{2816}{3125}$$

$$P(X \geq 3) = \frac{3125}{3125} - \frac{2816}{3125}$$

$$P(X \geq 3) = \frac{309}{3125}$$

$$\underline{\underline{P(X \geq 3) = 0.098880}}$$

Oppgave 3.302

Til åtte sikre plasser på en valgliste har et parti tolv likeverdige kandidater : fem menn og sju kvinner.

a) Hvor mange utvalg til en sikker plass kan partiet gjøre ?

$$\binom{12}{8}$$

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$11 \cdot 5 \cdot 9$$

$$495$$

$$495$$

$$495$$

Partiet kan gjøre 495 utvalg til en sikker plass

b) Partiet bestemmer seg for at det skal være like mange kvinner som menn blant de åtte på en sikker plass. Hvor mange utvalg blir det da ?

$$\binom{5}{4} \binom{7}{4}$$

$$\left(\frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right) \left(\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)$$

$$(5)(7 \cdot 5)$$

$$175$$

Om det skal være like mange menn som kvinner blir det da 175 utvalg

Oppgave 3.303

Dersom en elev har vært borte i mer enn 15% av timene i et fag sier vi at eleven har stort fravær i faget. Har en elev fått karakteren 2 eller dårligere i faget sier vi at eleven har en svak fagkarakter.

På en vidergående skole hadde 18% av vg1-elevene svak standpunktkarakter i matematikk. 15% av elevene hadde stort fravær i faget

Av dem som hadde stort fravær hadde 36% svak standpunktkarakter i matematikk.

Vi trekker tilfeldig en elev på vg1 og innfører disse hendingene:

A : Eleven har svak standpunktkarakter i matematikk

B : Eleven har stort fravær

$$A = 0.18$$

$$B = 0.15$$

$$P(A|B) = 0.36$$

a) Finn $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$$

$$P(B|A) = \frac{0.15 \cdot 0.36}{0.18}$$

$$P(B|A) = \frac{0.054}{0.18}$$

$$P(B|A) = 0.3$$

Sannsynligheten for at en elev har stort fravær gitt svak standpunktkarakter er 0.3

b) Er hendingene A og B uavhengige ?

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$$

$$0.18 \cdot 0.15 = 0.027$$

$$0.027 \neq 0.054$$

Hendingene A og B er ikke uavhengige

Oppgave 3.304

Lille Mette har en eske med like klosser.

Hun har sju røde, åtte gule og fem grønne.

Hun plukker tilfeldig ut fem klosser

- a) Hvor stor er sannsynligheten for at hun trekker hun trekker ut akkurat to røde

$$\frac{\binom{7}{2}\binom{13}{3}}{\binom{20}{5}}$$

$$\frac{\left(\frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1}\right)\left(\frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(7 \cdot 3)(13 \cdot 2 \cdot 11)}{(19 \cdot 6 \cdot 17 \cdot 8)}$$

$$\frac{(7)(13 \cdot 11)}{(19 \cdot 17 \cdot 8)}$$

$$\frac{1001}{2584}$$

$$0.387384$$

Sannsynligheten for at hun trekker akkurat 2 røde klosser er 0.387

- b) Hvor stor er sannsynligheten for akkurat to røde, to gule og en grønn kloss ?

$$\left(\frac{\binom{7}{2}\binom{8}{2}\binom{5}{1}}{\binom{20}{5}}\right)$$

$$\frac{\left(\frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1}\right)\left(\frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1}\right)(5)}{\left(\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(7 \cdot 3)(4 \cdot 7)(5)}{(19 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 16)}$$

$$\frac{(7)(7)(5)}{(19 \cdot 17 \cdot 4)}$$

$$\frac{245}{1292}$$

$$0.189628$$

Sannsynligheten for akkurat to røde, to gule og en grønn kloss er 0.189

c) Mette vil lage et tårn av fire klosser

hvor mange forskjellige tårn kan hun lage ?

$$\binom{20}{4}$$

$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$5 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17$$

$$4845$$

Hun kan lage 4845 forskjellige tårn

d) Hvor mange tårn kan hun lage hvis tårnet

skal bestå av fem klosser - to røde, to gule og en grønn ?

$$\binom{7}{2} \binom{8}{2} \binom{5}{1}$$

$$\left(\frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1}\right) \left(\frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1}\right) \left(\frac{5}{1}\right)$$

$$(7 \cdot 3)(4 \cdot 7)(5)$$

$$2940$$

Hun kan lage 2940 tårn hvis tårnet skal bestå av to røde, to gule og en grønn klosse

Oppgave 3.305

På et kontor skal et dokument passere tre instanser.

Ved disse instansene er det henholdvis fire, seks og

sju personer som kan behandle og underskrive dokumentet.

a) Finn antallet kombinasjoner av

underskrifter for et slikt dokument

$$K = 4 \cdot 6 \cdot 7$$

$$K = 168$$

Antall kombinasjoner av underskrifter er 168

b) Et spesielt dokument trenger bare underskrift fra

to av instansene. Hvor mange ulike kombinasjoner

av underskrifter gir dette ?

$$K(2) = 4 \cdot 7 + 7 \cdot 6 + 4 \cdot 6$$

$$K(2) = 28 + 42 + 24$$

$$K(2) = 94$$

To instanser gir 94 ulike kombinasjoner.

Oppgave 3.306

På en videregående skole har eleven i andre klasse med studiespesialisering gjort fagvalgene sine for neste år.

Det viser seg at hver fjerde elev har valgt R2 og hver sjettede elev har valgt kjemi.

En tredjedel av de som har valgt kjemi har også valgt R2

Vi velger en tilfeldig elev og innfører disse hendingen:

R: Eleven har valgt R2

K: Eleven har valgt kjemi

$$P(R) = \frac{1}{4}$$

$$P(K) = \frac{1}{6}$$

$$P(R|K) = \frac{1}{3}$$

a) Finn $P(R \cap K)$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

$$P(R \cap K) = P(R|K) \cdot P(K)$$

$$P(R \cap K) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}$$

$$P(R \cap K) = \frac{1}{18}$$

Sannsynligheten for at en elev har både matte og kjemi er $\frac{1}{18}$

b) Finn $P(K|R)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P(K|R) = \frac{P(R \cap K)}{P(R)}$$

$$P(K|R) = \left(\frac{1}{18}\right) : \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$P(K|R) = \left(\frac{1}{18}\right) \cdot \left(\frac{4}{1}\right)$$

$$P(K|R) = \left(\frac{1}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{1}\right)$$

$$P(K|R) = \frac{2}{9}$$

Sannsynligheten for at elev som har valgt R2 matte også har valgt kjemi er $\frac{2}{9}$

Oppgave 3.307

Et gartneri selger små stemorsplanter.

Sannsynligheten for anlegg for blå blomst er 0.5

for hvit blomst 0.3 og for gul blomst 0.2

Sannsynligheten er 0.95 for at en plante med anlegg for blå blomst vil gro. Den tilsvarende sannsynligheten for hvite er 0.90 og for gule 0.85.

a) Hva er sannsynligheten for at en blomst vil gro ?

$$P(\text{Gro}) = (P(\text{Blå}) \cdot P(\text{Gro} | \text{Blå})) + (P(\text{Hvit}) \cdot P(\text{Gro} | \text{Hvit})) + (P(\text{Gul}) \cdot P(\text{Gro} | \text{gul}))$$

$$P(\text{Gro}) = (0.5 \cdot 0.95) + (0.3 \cdot 0.90) + (0.2 \cdot 0.85)$$

$$P(\text{Gro}) = (0.475) + (0.27) + (0.17)$$

$$P(\text{Gro}) = 0.915$$

Sannsynligheten for at en plante vil gro er 0.915

b) Hva er sannsynligheten for at en plante som gror, gir

1) Blå blomst

$$P(\text{Blå} | \text{Gro}) = \frac{P(\text{Blå}) \cdot P(\text{Gro} | \text{Blå})}{P(\text{Gro})}$$

$$P(\text{Blå} | \text{Gro}) = \frac{0.5 \cdot 0.95}{0.915}$$

$$P(\text{Blå} | \text{Gro}) = \frac{0.475}{0.915}$$

$$P(\text{Blå} | \text{Gro}) = 0.519126$$

Sannsynligheten for at det er en blå blomst når blomsten gror er 0.519

2) gul blomst

$$P(Gul | Gro) = \frac{P(Gul) \cdot P(Gro | Gul)}{P(Gro)}$$

$$P(Gul | Gro) = \frac{0.3 \cdot 0.90}{0.915}$$

$$P(Gul | Gro) = \frac{0.27}{0.915}$$

$$P(Gul | Gro) = 0.295082$$

Sannsynligheten for at det er en gul blomst når blomsten grår er 0.295

c) Hva er sannsynligheten for at 14 av 20 tilfeldig valgte planter som gror, får blå blomst ?

$$\binom{20}{14} \cdot \left(\frac{0.475}{0.915}\right)^{14} \cdot \left(1 - \frac{0.475}{0.915}\right)^6$$

$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{14 \cdot 13 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{0.475}{0.915}\right)^{14} \cdot \left(\frac{0.44}{0.915}\right)^6$$

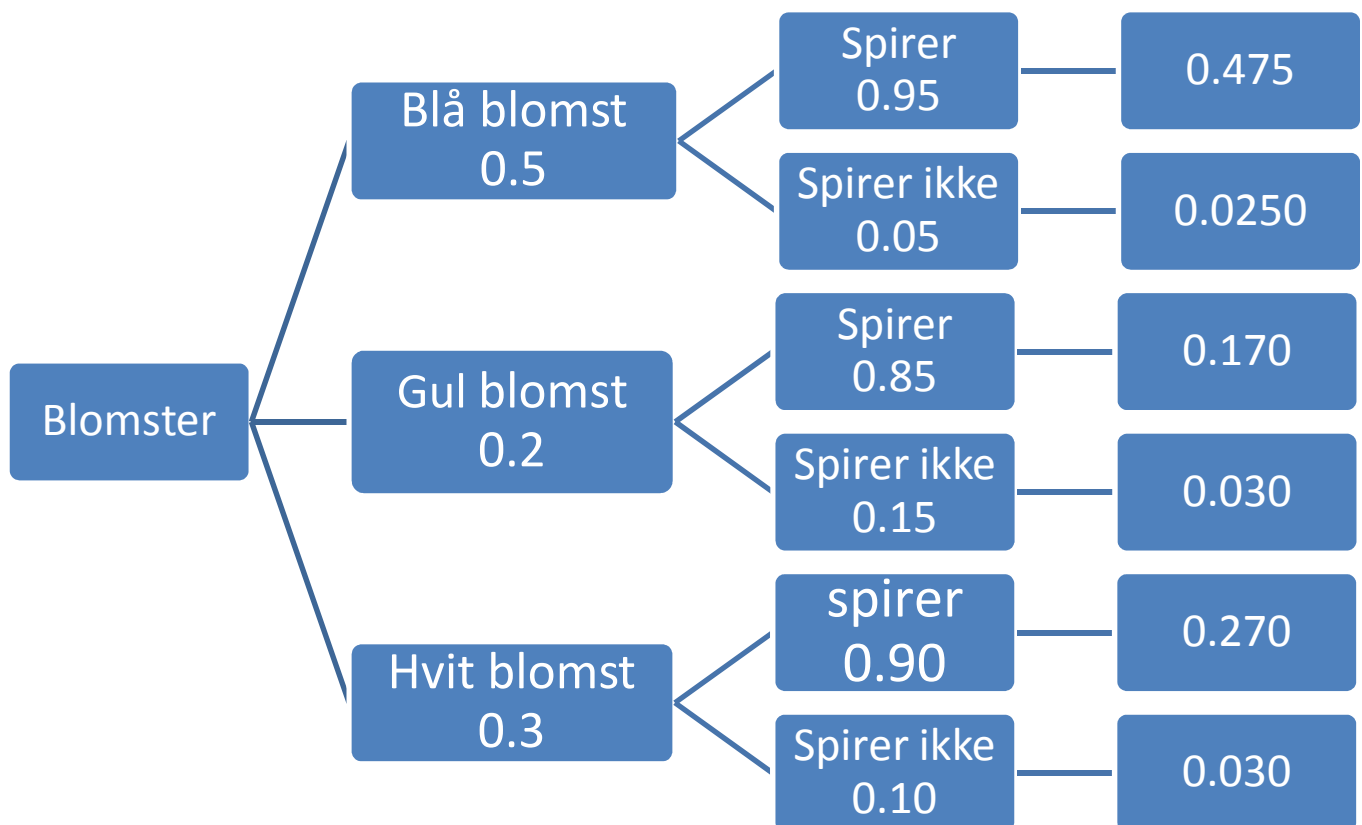
$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} (0.5191256831)^{14} \cdot (0.4808743169)^6$$

$$19 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 8 \cdot 5 \cdot (0.0001032322084) \cdot (0.01236486828)$$

$$38760 \cdot 0.000001276452659$$

$$0.04947530507$$

Sannsynligheten for at akkurat 14 av 20 blomster spirer er 0.0494



Oppgave 3.308

a) Hvor mange hele tall mellom 100 og 1000 har bare forskjellige siffer ?

$$9 \cdot 9 \cdot 8$$

$$648$$

648 tall mellom 100 og 1000 har bare forskjellige tall

b) Hvor mange hele tall mellom 100 og 1000 har minst to like siffer ?

$$9 \cdot 9 \cdot 8$$

$$(9 \cdot 10 \cdot 10 - 2) - (9 \cdot 9 \cdot 8)$$

$$898 - 648$$

$$251$$

251 tall mellom 100 og 1000 har minst to like siffer

Oppgave 3.309

På en videregående skole undersøkte de en dag matvvanene blant elevene i andre klasse. Et av spørsmålene var om elevene hadde med seg matpakke. Tabellen viser resultatene.

	Gutt	Jente
Matpakke	26	22
Ikke matpakke	32	40

- a) Finn sannsynligheten for at eleven er en gutt og har med matpakke

$$P(G \cap M) = P(M) \cdot P(G | M)$$

$$P(G \cap M) = \left(\frac{26 + 22}{26 + 22 + 32 + 40} \right) \left(\frac{26}{26 + 22} \right)$$

$$P(G \cap M) = \left(\frac{48}{120} \right) \left(\frac{26}{48} \right)$$

$$P(G \cap M) = \frac{26}{120}$$

$$P(G \cap M) = \frac{13}{60}$$

Sannsynligheten for at en gutt har med matpakke er 0.2166

- b) finn sannsynligheten for at eleven har med matpakke når det er ei jente.

$$P(M | J) = \frac{22}{44 + 22}$$

$$P(M | J) = \frac{22}{66}$$

$$P(M | J) = \frac{11}{33}$$

$$P(M | J) = 0.333$$

Sannsynligheten for at eleven har matpakke gitt jente er 0.333

c) Er det å være gutt og ha med matpakke uavhengige hendinger?

$$P(M) \cdot P(G) = P(G \cap M)$$

$$\left(\frac{26+22}{32+40}\right) \cdot \left(\frac{26+32}{26+32+22+40}\right) = \frac{13}{60}$$

$$\left(\frac{48}{72}\right) \cdot \left(\frac{58}{120}\right) = \frac{13}{60}$$

$$\frac{29}{90} = \frac{13}{60}$$

Det å være gutt å det å ha med seg matpakke er ikke uavhengige hendinger

Oppgave 3.310

a) 1) Hva er et primtall?

Et primtall er et tall som bare kan deles på seg selv og en

2) Skriv opp de ni primtallene mellom 1 og 25

2 3 5 7 11 13 17 19 23

b) Vi har 25 like kuler med tallene fra 1 til 25.

Vi legger kulene i en stor bolle. Vi trekker tilfeldig fem kuler uten tilbakelegging og leser tallene.

1) Hva er sannsynligheten for at akkurat to av tallene er primtall?

$$\frac{\binom{9}{2} \binom{16}{3}}{\binom{25}{5}}$$

$$\frac{\left(\frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1}\right) \left(\frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(9 \cdot 4)(8 \cdot 5 \cdot 14)}{(5 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21)}$$

$$\frac{(3 \cdot 4)(4 \cdot 2)}{(23 \cdot 11)}$$

$$\frac{96}{253}$$

$$0.37945$$

Sannsynligheten for at akkurat 2 av tallene er primtall er 0.379

2) Hva er sannsynligheten for at akkurat tre av tallene er primtall ?

$$\frac{\binom{9}{3} \binom{16}{2}}{\binom{25}{5}}$$

$$\frac{\left(\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1}\right) \left(\frac{16 \cdot 15}{2 \cdot 1}\right)}{\left(\frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}\right)}$$

$$\frac{(3 \cdot 4 \cdot 7)(8 \cdot 15)}{(5 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21)}$$

$$\frac{(2)(8 \cdot 3)}{(23 \cdot 11)}$$

$$\frac{48}{253}$$

0.18972

Sannsynligheten for å trekke akkurat 2 primtall er 0.189

3) Hva er sannsynligheten for at 2 og 3 er blant De fem tallene ?

$$P(2 \cap 3) = \frac{2}{9}$$

$$P(2 \cap 3) = \frac{48}{253} \cdot \frac{2}{9}$$

$$P(2 \cap 3) = \frac{16}{253} \cdot \frac{2}{3}$$

$$P(2 \cap 3) = \frac{32}{759}$$

$$P(2 \cap 3) = 0.042161$$

Sannsynligheten for at to og tre er med i de tallene er 0.042

Oppgave 3.311

a) I ei eske ligger det 20 like batterier.

seks av batteriene er utladet.

vi trekker tilfeldig 4 av batteriene fra eska.

1) Hva er sannsynligheten for at ingen av de fire batteriene er utladet?

$$P(0) = \frac{\binom{6}{0} \binom{14}{4}}{\binom{20}{4}}$$

$$P(0) = \frac{\left(\frac{14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)}{\left(\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)}$$

$$P(0) = \frac{(7 \cdot 13 \cdot 11)}{5 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17}$$

$$P(0) = \frac{1001}{4845}$$

Sannsynligheten for at ingen av batteriene er utladet er 0.20660

2) Hva er sannsynligheten for at to av de fire batteriene er utladet ?

$$P(2) = \frac{\binom{6}{2} \binom{14}{2}}{\binom{20}{4}}$$

$$P(2) = \frac{\left(\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \right) \left(\frac{14 \cdot 13}{2 \cdot 1} \right)}{\left(\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right)}$$

$$P(2) = \frac{(3 \cdot 5)(7 \cdot 13)}{(5 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17)}$$

$$P(2) = \frac{(7 \cdot 13)}{(19 \cdot 17)}$$

$$P(2) = \frac{91}{323}$$

$$P(2) = 0.28173$$

Sannsynligheten for at to batterier er deffekte er 0.281

b) I ei eske ligger det 20 lyspærer. Seks av lyspærene lyser ikke.

Til et forsøk trenger vi ei slik lyspære og trekker derfor tilfeldig ei lyspære fra eska. Vi gjør forsøket fire ganger i løpet av ei uke og legger lyspæra tilbake i eska etter hvert forsøk.

1) Hva er sannsynligheten for at vi trekker ei lyspære som lyser i alle fire forsøkene ?

$$\binom{4}{4} \cdot \left(\frac{14}{20}\right)^4 \cdot \left(\frac{6}{20}\right)^{4-4}$$

$$1 \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^4 \cdot 1$$

$$\left(\frac{2401}{10000}\right)$$

$$0.24010$$

Sannsynligheten for at vi trekker ei lyspære som lyser i alle fire forsøkene er 0.240

2) Hva er sannsynligheten for at akkurat to av de fire pærene vi trekker, lyser ?

$$\binom{4}{2} \cdot \left(\frac{14}{20}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{20}\right)^{4-2}$$

$$\frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^2$$

$$2 \cdot 3 \cdot \frac{49}{100} \cdot \frac{9}{100}$$

$$\frac{2646}{10000}$$

$$1323$$

$$5000$$

$$0.26460$$

$$0.26460$$

Sannsynligheten for at vi trekker akkurat to pærer som lyser er 0.264

3) Hva er sannsynligheten for at minst to av de pærene vi trekker lyser ?

$$\sum_{x=2}^4 \binom{4}{x} \cdot \left(\frac{14}{20}\right)^x \cdot \left(\frac{6}{20}\right)^{4-x} = \frac{9163}{10000} = 0.91630$$

$$P(2 \geq) = P(2) + P(3) + P(4)$$

$$P(3) = \binom{4}{3} \cdot \left(\frac{14}{20}\right)^3 \cdot \left(\frac{6}{20}\right)^{4-3}$$

$$P(3) = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{7}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)$$

$$P(3) = 4 \cdot \left(\frac{343}{1000}\right) \cdot \left(\frac{3}{10}\right)$$

$$P(3) = \left(\frac{4116}{10000}\right)$$

$$P(2 \geq) = \frac{1323}{5000} + \frac{4116}{10000} + \frac{2401}{10000}$$

$$P(2 \geq) = \frac{2646}{10000} + \frac{4116}{10000} + \frac{2401}{10000}$$

$$P(2 \geq) = \frac{9163}{10000}$$

$$P(2 \geq) = 0.91630$$

Sannsynligheten for at minst to pærer lyser er 0.916

c) Vi har 10 hvite og 10 svarte kuler sammen med to like bokser A og B. Vi legger noen av kulene i boks A og noen av kulene i boks B. Vi trekker tilfeldig ei kule fra en av boksene og innfører disse hendingene:

A: Vi trekker ei kule fra boks A

B: Vi trekker ei kule fra boks B

H: Vi trkker ei hvit kule.

1) Vi legger 3 hvite og 1 svart kule i boks A og resten i boks B

Finn $P(H)$

$$P(H) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3+1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{10-3}{20-3+1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{16} = \frac{3}{8} + \frac{7}{32} = \frac{12}{32} + \frac{7}{32} = \frac{19}{32} = 0.59375$$

Sannsynligheten for hvit kule er 0.593

2) Finn den fordelinger av kuler i bokseme som gir størst sannsynlighet for

Hva blir $P(H)$ i dette tilfellet ?

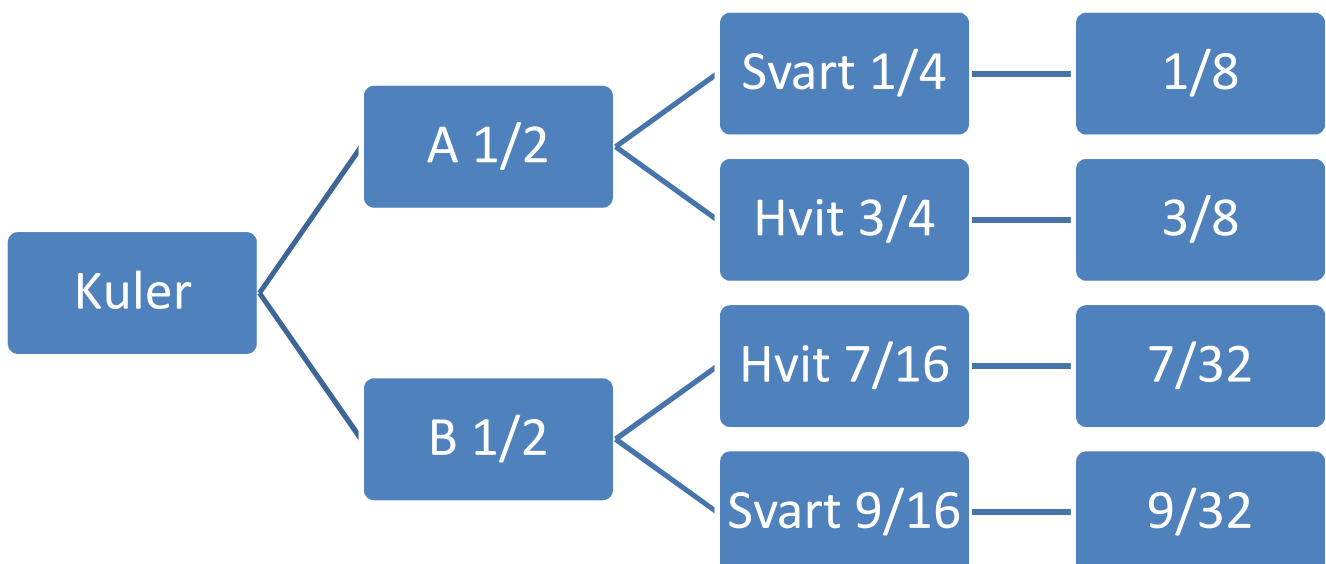
$$P(H) = P(x, y) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{x+y} \right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{10-x}{20-x+y} \right)$$

$$P(1,0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{10-1}{20-1+0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{19} = \frac{1}{2} + \frac{9}{38} = \frac{19}{38} + \frac{9}{38} = \frac{28}{38} = \frac{14}{19} = 0.73684$$

Fordelingen som gir størst sannsynlighet for hvit kule er 1 hvit i boks A

og resten i boks B. Da blir sannsynligheten for hvit 0.736

	Antall hvite i kuler i boks A									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		0,737	0,722	0,706	0,688	0,667	0,643	0,615	0,583	0,545
1	0,263	0,5	0,569	0,594	0,6	0,595	0,582	0,563	0,535	0,5
2	0,278	0,431	0,5	0,533	0,548	0,549	0,542	0,525	0,5	0,465
3	0,294	0,406	0,467	0,5	0,516	0,521	0,515	0,5	0,475	0,438
4	0,313	0,4	0,452	0,484	0,5	0,505	0,5	0,485	0,458	0,418
5	0,333	0,405	0,451	0,479	0,495	0,5	0,495	0,479	0,451	0,405
6	0,357	0,418	0,458	0,485	0,5	0,505	0,5	0,484	0,452	0,4
7	0,385	0,438	0,475	0,5	0,515	0,521	0,516	0,5	0,467	0,406
8	0,417	0,465	0,5	0,525	0,542	0,549	0,548	0,533	0,5	0,431
9	0,455	0,5	0,535	0,563	0,582	0,595	0,6	0,594	0,569	0,5
Antall svarte kuler i boks B										



Oppgave 3.312

Under et arbeid med å kontrollere spilleautomater har en funnet ut at sannsynligheten er 0.02 for at en mynt sitter seg fast på en tilfeldig valgt automat.

En person spiller på en slik automat 300 ganger.

Hva er sannsynligheten for at mynten setter seg fast.

a) Akkurat en gang

$$\binom{300}{1} (0.02)^1 \cdot (0.98)^{300}$$

$$300 \cdot 0.02 \cdot 0.002380107824$$

$$0.01428064695$$

Sannsynligheten for at mynten setter seg fast akkurat en gang er 0.014

b) Høyst to ganger

$$\sum_{x=0}^2 \binom{300}{x} \cdot (0.02)^x \cdot (0.98)^{300-x} = 0.06018369789$$

$$P(X \leq 2) = P(2) + P(1) + P(0)$$

$$P(X = 1) = \binom{300}{2} \cdot (0.02)^2 \cdot (0.98)^{300-2}$$

$$P(X = 1) = \frac{300 \cdot 299}{2 \cdot 1} \cdot (0.02)^2 \cdot (0.98)^{300-2}$$

$$P(X = 1) = 150 \cdot 299 \cdot 0.0004 \cdot 0.002428681454$$

$$P(X = 1) = 0.04357054528$$

$$P(X \leq 2) = 0.01428064695 + (0.98)^{300} + 0.04357054528$$

$$P(X \leq 2) = 0.01428064695 + 0.002332505668 + 0.04357054528$$

$$P(X \leq 2) = 0.06018369789$$

Sannsynligheten for at 2 eller færre mynter setter seg fast er 0.0601

Oppgave 3.312

En restaurant har funnet ut at 80% av dem som bestiller biff, ønsker rødvin til maten. Av dem som bestiller andre kjøttretter er det 50% som ønsker rødvin. Til retter som ikke er kjøtt, bestiller 15% rødvin. Det er 35% av kundene som bestiller biff, og 40% som bestiller noe annet enn kjøtt.

a) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt kunde bestiller rødvin til maten ?

$$P(\text{vin}) = (P(\text{Biff}) \cdot P(\text{vin} | \text{Biff})) + (P(\text{ikke kjøtt}) \cdot P(\text{vin} | \text{ikke kjøtt})) + (P(\text{kjøtt}) \cdot P(\text{vin} | \text{kjøtt}))$$

$$P(\text{vin}) = (0.35 \cdot 0.80) + (0.25 \cdot 0.5) + (0.4 \cdot 0.15)$$

$$P(\text{vin}) = 0.28 + 0.125 + 0.06$$

$$P(\text{vin}) = 0.465$$

Sannsynligheten for at en tilfeldig kunde bestiller vin er 0.465

b) Hva er da sannsynligheten for at en kunde har bestilt biff når vedkommende har bestilt rødvin ?

$$P(B | A) = \frac{P(B) \cdot P(A | B)}{P(A)}$$

$$P(\text{Biff} | \text{vin}) = \frac{P(\text{biff}) \cdot P(\text{vin} | \text{Biff})}{P(\text{vin})}$$

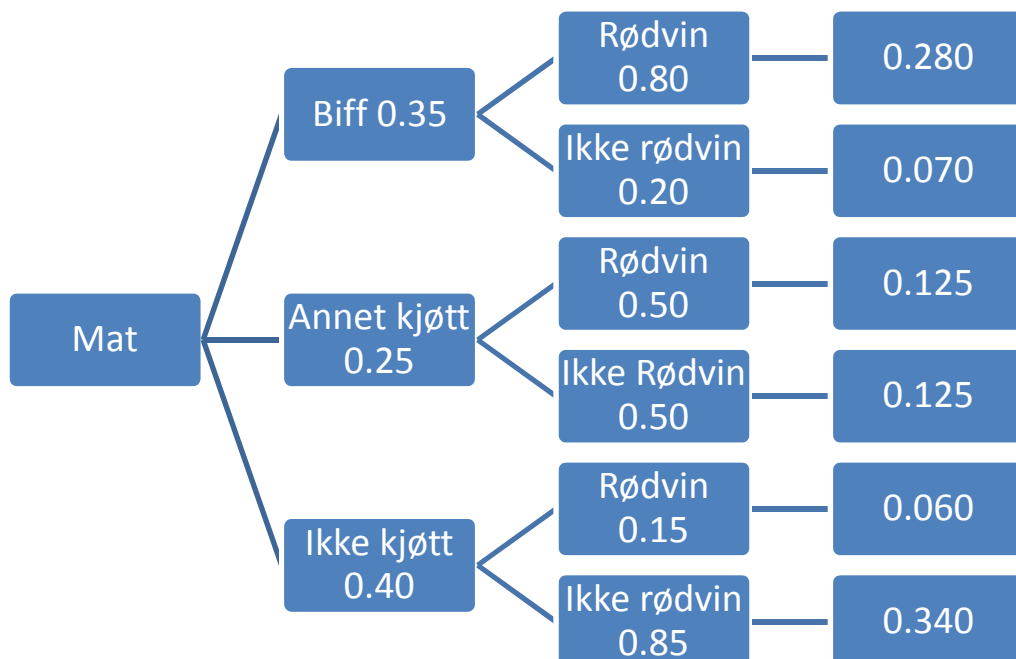
$$P(\text{Biff} | \text{vin}) = \frac{0.35 \cdot 0.80}{0.465}$$

$$P(\text{Biff} | \text{vin}) = \frac{0.28}{0.465}$$

$$P(\text{Biff} | \text{vin}) = 0.602151$$

Sannsynligheten for at kunden har bestilt biff

når vi vet at kunden har bestilt vin er 0.602



Oppgave 3.314

På en skole er 40% av elevene jenter. Ved siste skolevalg stemte 30% av elevene på parti X.

Av dem var 40% gutter. Vi ser på en tilfeldig valgt elev og innfører hendingene

G : Eleven er en gutt.

J : Eleven er ei jente.

X : Eleven stemte på parti X

a) Hva er sannsynligheten for at eleven er en gutt og har stemt på parti X

$$P = P(G) \cdot P(X | G)$$

$$P = 0.60 \cdot 0.40$$

$$P = 0.24$$

Sannsynligheten for at eleven er gutt og stemte på parti X er 0.24

b) Hva er sannsynligheten for at eleven har stemt på parti X hvis det er ei jente.

$$P(X | J) = \frac{P(X) \cdot P(J | X)}{P(J)}$$

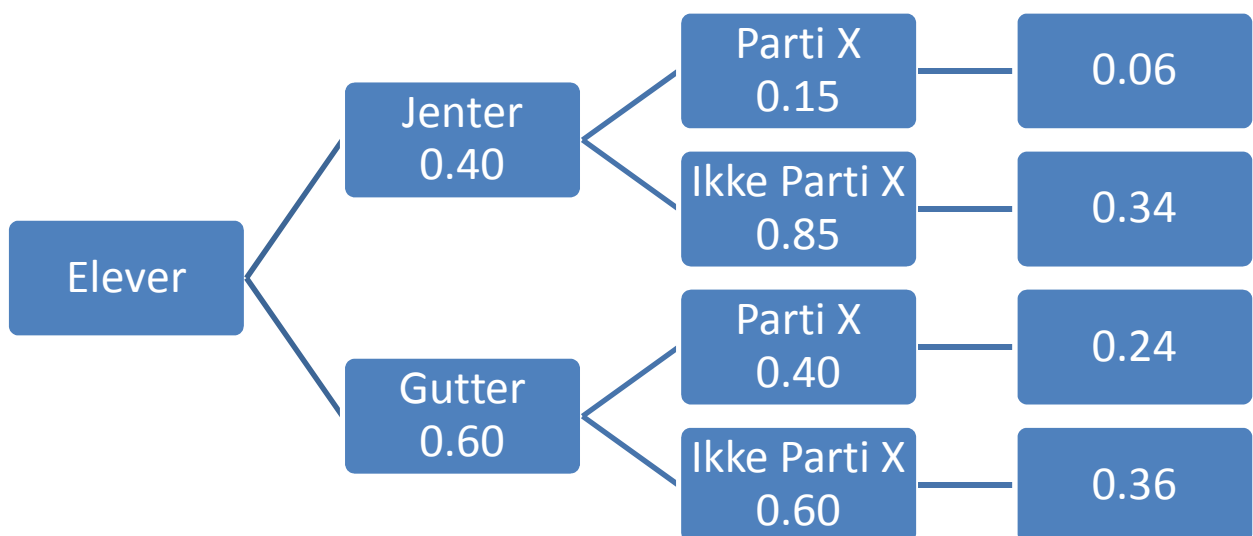
$$P(X | J) = \frac{0.3 \cdot 0.6}{0.4}$$

$$P(X | J) = \frac{0.18}{0.4}$$

$$P(X | J) = 0.45$$

Sannsynligheten for at eleven har stemt parti X

når vi vet at det er en jente er 0.45



Oppgave 3.315

En rekke i lykkespillet Viking Lotto består av seks forskjellige heltall. Du velger de seks hele tallene blant tallene fra 1 til og med 48. Dersom du sender inn en rekke og alle dine valgte tall blir trukket ut, har du vunnet hovedgevinsten.

a) hvor mange forskjellige rekker er det i Viking Lotto ?

$$K = \binom{48}{6}$$

$$K = \frac{48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$K = 47 \cdot 46 \cdot 3 \cdot 44 \cdot 43$$

$$K = 12\,271\,512$$

Det er 12 271 512 forskjellige rekker i Viking Lotto

b) Tenk deg at du har sent inn ei lottorekke , og at de 5 første tallene er trukket ut blant dine 6 tall.

Hvor stor er sannsynligheten for at du vinner hovedgevinsten ?

$$P(5|6) = \frac{1}{\binom{48-5}{1}} = \frac{1}{\binom{43}{1}} = \frac{1}{43} = 0.0232558$$

Sannsynligheten for å vinne i lotto når man har 5 rette er 0.0232

c) Det er lov å krysse av opptil 12 tall på en slik kupong.

Du krysser av alle 12 tallene på en kupong. Hver rekke koster 4kr .

Hvor mye må du betale for å levere inn denne kupongen ?

$$Pris = \text{Rekker} \cdot 4$$

$$Pris = \binom{12}{6} \cdot 4$$

$$Pris = \left(\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \right) \cdot 4$$

$$Pris = (11 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 7) \cdot 4$$

$$Pris = (924) \cdot 4$$

$$Pris = 3696$$

Man må betale 3696 kr for å levere inn en slik kupong