

Våren 2009

DEL 1: Uten hjelpemidler (2 timer)

Oppgave 1

En funksjon f er gitt ved

a) $1) \int (4x + 3) dx$

2) $\int 4xe^{x^2} dx$

3) $\int \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx$

b) Vi har gitt rekken

$$2 + 6 + 10 + 14 + \dots$$

1) Finn ledd nr. 12 og en formel for ledd nr. n .

2) Finn summen av de 12 første leddene og en formel for summen av de n første leddene.

3) Bevis formelen for summen av de n første leddene ved induksjon.

Oppgave 2

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = x \ln x$$

der $x > 0$.

a) Finn nullpunktet til f .

b) Vis at

$$f'(x) = \ln x + 1$$

c) Finn bunnpunktet til f .

d) Undersøk om f har vendepunkter.

e) Skisser grafen til f .

f) Et flatestykke F er avgrenset av grafen til f , x -aksen og linja $x = e$.
Finn arealet av flatestykket.

DEL 2: Med hjelpemidler (3 timer)

Oppgave 5: Her skal du enten regne alternativ I eller alternativ II.

Oppgave 3

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = 4(\sin x - \cos x)^2, \quad x \in [0, 2\pi]$$

a) Finn nullpunktene til f ved regning.

b) Finn $f'(x)$.

c) Finn nullpunktene til $f'(x)$ ved regning.

d) Tegn grafen til f .

e) Funksjonsuttrykket kan skrives på formen

$$f(x) = a \sin(k(x - c)) + d$$

Bruk grafen i oppgave d til å finne konstantene a , k , c og d .

f) Finn konstantene a , k , c og d ved regning.

Oppgave 4

Vi har gitt punktene $A(1, 1, 2)$, $B(3, 2, 5)$ og $C(2, 3, 4)$.

a) Finn $\angle A$ i trekanten ABC .

b) Finn $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$.

c) Finn arealet av trekanten ABC på to måter.

d) Finn avstanden fra C til linja gjennom A og B på to måter.

e) Et punkt P ligger på ei linje l som går gjennom punktet C og er parallell med $\overrightarrow{AB}$.
Vis at det finnes et tall t slik at P får koordinatene $P(2 + 2t, 3 + t, 4 + 3t)$.

f) Regn ut $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AP}$. Sammenlikn med $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$.
Forklar det du ser.